Baccalauréat STI2D Épreuve d'enseignement de spécialité

Métropole 07 septembre 2023

Physique-Chimie et Mathématiques

Exercice 1 **4 points**

(physique-chimie et mathématiques)

Contrôle de la température dans un lave-linge.

Lors d'un cycle de lavage d'une machine à laver le linge, la phase qui consomme le plus d'énergie est le chauffage de l'eau utilisée en phase de lavage.

Chauffage de l'eau dans le lave-linge.

Le chauffage de l'eau est assuré par une résistance chauffante d'une puissance électrique $P_{\text{élec}} = 2{,}0\,\text{kW}$.
En moyenne, le volume de l'eau utilisée lors d'une phase de lavage est $V = 15\,\text{L}$.

Q1. Calculer la valeur du transfert thermique Q nécessaire pour chauffer le volume d'eau V lors d'un cycle de lavage de 20 °C à 40 °C.

Données :

- Capacité thermique massique de l'eau : $C_{eau} = 4\,180\ J \cdot kg^{-1} \cdot {}^{o}C^{-1}$.
- Masse volumique de l'eau : $\rho_{eau} = 1{,}0\,\text{kg} \cdot \text{L}^{-1}$.

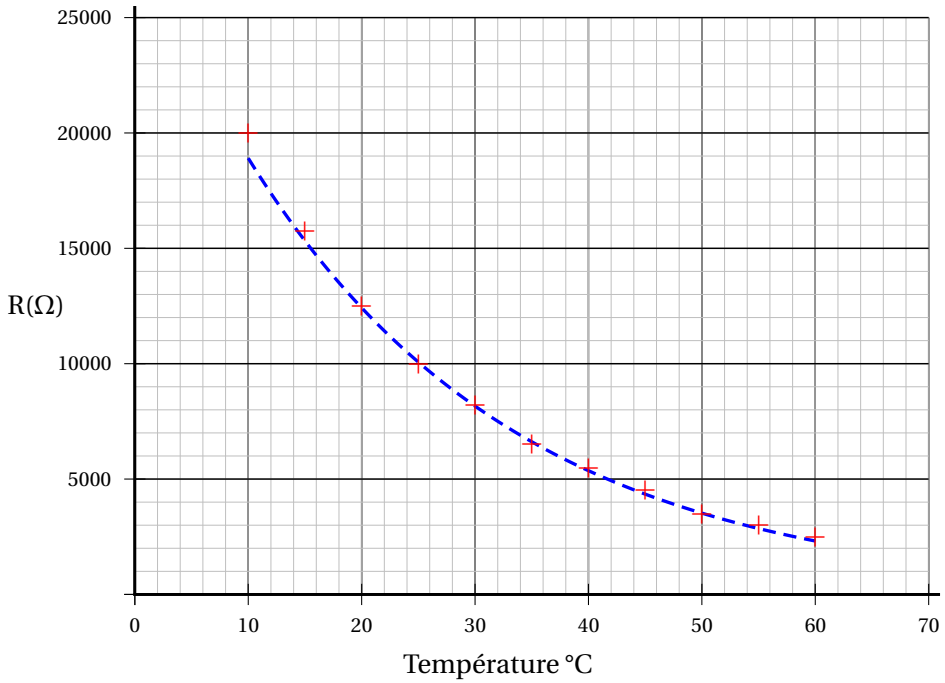
Q2. Donner la relation entre l'énergie électrique $E_{\text{élec}}$ consommée pendant la durée Δt de la phase de chauffage et la puissance $P_{\text{élec}}$. Préciser les unités.

On considère que toute l'énergie électrique consommée par la résistance chauffante est transférée au volume d'eau.

Q3. Vérifier que la durée Δt de la phase de chauffage est de l'ordre de 10 minutes.

Étude d'une thermistance CTN.

La température de l'eau est contrôlée par une thermistance CTN, qui est un composant dont la valeur de la résistance électrique R varie en fonction de la température.
Il est possible, au laboratoire, d'étudier les variations de la résistance d'une thermistance CTN en fonction de la température à l'aide du montage représenté dans le document 1.
Les valeurs obtenues pour une thermistance donnée permettent de tracer la courbe suivante.



Document 2 - Résistance de la thermistance CTN en fonction de la température

Cette résistance (en Ω), en fonction de la température T (en °C), peut être modélisée par la fonction R définie sur [0 ; 100] :

$$R(T) = 28\,785 \times \mathrm{e}^{-0{,}042 \times T}.$$

Q4. À l'aide du graphique, déterminons à partir de quelle température la résistance devient inférieure à 10 kΩ.
Avec la précision donnée par le graphique, la courbe coupe la droite d'équation $y = 10\,000$ au point d'abscisse $T = 25$ (en °C).

Q5. Résolvons sur [0 ; 100] l'équation $R(T) = 10\,000$.

$$\begin{aligned}
28\,785\mathrm{e}^{-0{,}042\times T} &= 10\,000\\
\mathrm{e}^{-0{,}042\times T} &= \frac{10\,000}{28\,785}\\
\mathrm{e}^{-0{,}042\times T} &= \frac{2\,000}{5\,757}\\
-0{,}042 \times T &= \ln\frac{2\,000}{5\,757}\\
T &= -\frac{\ln\frac{2\,000}{5\,757}}{0{,}042}
\end{aligned}$$

$T \approx 25{,}173$
Cette valeur est approximativement la même que celle lue sur le graphique en réponse à la question **Q4.**

Q6. On note R' la fonction dérivée de R sur [0 ; 100]. Déterminons une expression de $R'(T)$ en $\Omega \cdot {}^{\circ}C^{-1}$.

$$R'(T) = -28\,785 \times 0{,}042 \times \mathrm{e}^{-0{,}042\times T} = -1\,208{,}97\mathrm{e}^{-0{,}042\times T}$$

La sensibilité de la thermistance CTN est donnée par la fonction S définie sur [0 ; 100] par :

$$S = -\frac{\mathrm{d}R}{\mathrm{d}T}.$$

Le dispositif de régulation de la température sera d'autant plus performant que la valeur de la sensibilité de la thermistance sera grande.

Q7. Montrons que la sensibilité de la thermistance CTN est environ 12 fois plus grande à 30 °C qu'à 90 °C.
Pour ce faire, comparons $S(30)$ et $S(90)$.

$$\frac{S(30)}{S(90)} = \frac{-1\,208{,}97\mathrm{e}^{-0{,}042\times 30}}{-1\,208{,}97\mathrm{e}^{-0{,}042\times 90}} = \frac{\mathrm{e}^{-0{,}042\times 30}}{\mathrm{e}^{-0{,}042\times 90}} \approx 12{,}43.$$

Nous avons bien approximativement $S(30) = 12S(90)$

EXERCICE 3 — 4 points

Mathématiques

Dans cet exercice, les questions 1, 2, 3 et 4 sont indépendantes les unes des autres. Chacune d'elles est notée sur 1 point.

QUESTION 1

Pour cette question, indiquer la lettre de la réponse exacte.
Aucune justification n'est demandée.

On considère un réel x, strictement positif et on note $\log(x) = \dfrac{\ln(x)}{\ln(10)}$.
Pour tout réel x, strictement positif, $\log(100x)$ est égal à :

A	B	C	D
~~$10x$~~	~~$100\log(x)$~~	$2+\log(x)$	~~$10+\log(x)$~~

$$\log(100x) = \log 100 + \log(x) = \log(10)^2 + \log(x) = 2 + \log(x)$$

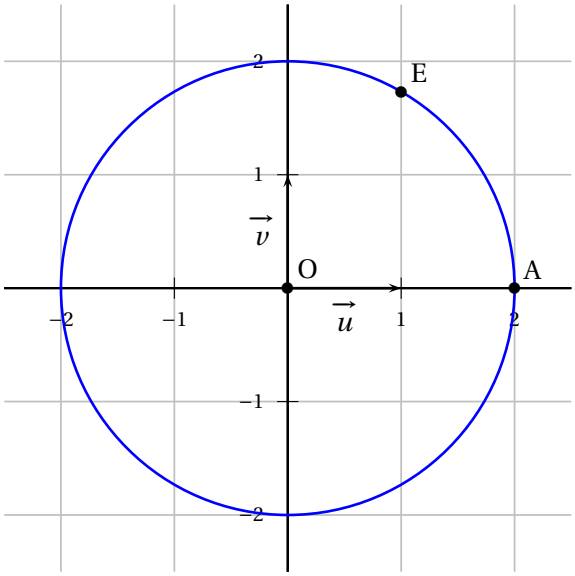
QUESTION 2

On considère la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = 2\mathrm{e}^{3x} - 2$.
Déterminons la limite de la fonction f en $-\infty$.

$$\lim_{x\to-\infty} f(x) = \lim_{x\to-\infty} 2\mathrm{e}^{3x} - \lim_{x\to-\infty} 2 = 0 - 2 = -2$$

QUESTION 3

On désigne par i le nombre complexe de module 1 et d'argument $\dfrac{\pi}{2}$.
Le plan est muni d'un repère orthonormé $\left(\mathrm{O}\,;\,\vec{u},\,\vec{v}\right)$.
Sur le graphique suivant, on considère le point E dont l'affixe est notée : Z_{E}.



Par lecture graphique, donnons l'écriture exponentielle de Z_E.

$$z_E = 2e^{i\frac{\pi}{3}}$$

Appelons A le point de coordonnées (2 , 0). Le point E appartient à la médiatrice de [OA]. Nous avons donc OE = AE = 2, puisque OE est le rayon du cercle. Le triangle OEA est donc équilatéral. Une mesure de ses angles est $\frac{\pi}{3}$rad.

QUESTION 4

On considère l'équation différentielle (E) :

$$y' = 2y + 0,5$$

où y est une fonction de la variable x, définie et dérivable sur $\mathbb{R}$ et y' la fonction dérivée de y.
Déterminons les solutions sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle (E).
Les solutions de l'équation différentielle $y' + ay = b$ sur $\mathbb{R}$ sont les fonctions y définies par

$$y(x) = Ce^{-ax} + \frac{b}{a}$$

où C est une constante quelconque.
$y' = 2y + 0,5 \iff y' - 2y = 0,5$ donc $a = -2,\ b = 0,5$ par conséquent sur $\mathbb{R}$ $f(x) = Ce^{2x} + \frac{0,5}{2}$
c'est-à-dire $f(x) = Ce^{2x} - 0,25$ où C est une constante quelconque.