Corrigé du baccalauréat STI Arts appliqués 11 septembre 2012
Métropole-La Réunion

EXERCICE 1 **8 points**

Tous les résultats des différents calculs seront donnés sous la forme d'une fraction irréductible. On pourra utiliser un arbre ou un tableau.

1. 25 % des randonneurs soit $0,25 \times 48 = 12$ personnes choisissent l'itinéraire de difficulté moyenne, dont 6 femmes et 6 hommes.
   7 personnes choisissent l'itinéraire de niveau débutant, dont 5 femmes et 2 hommes.
   Il reste donc $48 - (12 + 7) = 48 - 19 = 29$ personnes qui choisissent l'itinéraire de niveau élevé.
   Parmi celles-ci il y a $32 - (6 + 5) = 32 - 11 = 21$ femmes et $16 - (2 + 6) = 16 - 8 = 8$ hommes.
   O a donc $p(F) = \dfrac{32}{48} = \frac{2}{3}$.
2. On a $p(E) = \dfrac{29}{48}$.
3. $H \cap E$ désigne l'évènement « le randonneur est un homme qui a choisi la randonnée de niveau élevé ».
   $p(H \cap E) = \dfrac{8}{48} = \dfrac{1}{6}$.
4. On a $p(F \cup D) = p(F) + p(D) - p(FcapD)$.
   On a $p(D) = \dfrac{5+2}{48} = \dfrac{7}{48}$ et $(F \cap D) = \dfrac{5}{48}$, donc :
   $p(F \cup D) = \dfrac{32}{48} + \dfrac{7}{48} - \dfrac{5}{48} = \dfrac{34}{48} = \dfrac{17}{24}$
5. Il faut calculer $p_H(E) = \dfrac{p(H \cap E)}{p(H)} = \dfrac{\frac{8}{48}}{\frac{16}{48}} = \dfrac{8}{16} = dfrac12$.
6. Il est difficile de répondre à cette question car le terme de niveau est subjectif.
   Si on attribue 1, 2 et 3 points respectivement aux itinéraires facile, moyen, difficile, le niveau moyen d'une femme est :
   $\dfrac{5 \times 1 + 6 \times 2 + 21 \times 3}{5 + 6 + 21} = \dfrac{80}{32} = 2,5$ et celui d'un homme :
   $\dfrac{2 \times 1 + 6 \times 2 + 8 \times 3}{2 + 6 + 8} = \dfrac{38}{16} = \dfrac{19}{8} = 2,375$.
   Avec ces critères le niveau des femmes est légèrement supérieur à celui des hommes.

EXERCICE 2 **12 points**

Partie A

$$g(x) = x^2 - 4.$$

1. La fonction est dérivable sur $\mathbb{R}$ et sur cet intervalle $g'(x) = 2x$.
   La fonction est donc décroissante pour $x \leqslant 0$ et croissante pour $x \geqslant 0$.
   On a $\displaystyle\lim_{x \to -\infty} g(x) = \lim_{x \to +\infty} g(x) = +\infty$.
   La fonction est donc décroissante de plus l'infini à -4 puis croissante de -4 à plus l'infini.
2. On sait que $x^2 - 4 \geqslant 0$ sauf sur l'intervalle $]-2\ ;\ 2[$, où $g(x) < 0$.
3.

x	-3	-2	-1	0	1	2	3
$g(x)$	5		0	-3	-4	-3	5

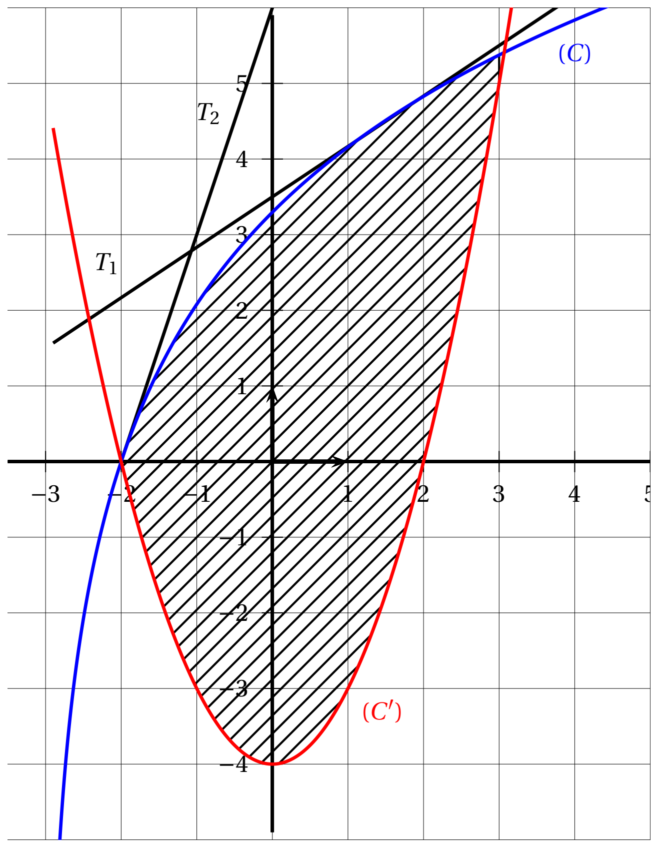
Partie B

$$f(x) = 3\ln(x+3).$$

1. On a $\lim\limits_{x\to -3}(x+3) = 0$, donc $\lim\limits_{x\to -3}\ln(x+3) = -\infty$ et $\lim\limits_{x\to -3} f(x) = -\infty$.
2. On a $\lim\limits_{x\to +\infty} x+3 = +\infty$, puis $\lim\limits_{x\to +\infty}\ln(x+3) = +\infty$ et enfin $\lim\limits_{x\to +\infty} f(x) = +\infty$.
3. La fonction f est dérivable sur $]-3\ ;\ +\infty[$ et sur cet intervalle :
   $f'(x) = \dfrac{3}{x+3}$.
   Comme sur $]-3\ ;\ +\infty[$, $\quad x+3 > 0$, donc $f'(x) > 0$: la fonction f est croissante sur $]-3\ ;\ +\infty[$ de $-\infty$ à $+\infty$.
4. On a $f(x) \geqslant 0$ si $3\ln(x+3) \geqslant 0$ ou $\ln(x+3) \geqslant 0$ ou $\ln(x+3) \geqslant \ln 1$ soit par croissance de la fonction logarithme népérien $x+3 \geqslant 1$ et enfin $x \geqslant -2$.
   $f(x) \geqslant 0$ sur $[-2\ ;\ +\infty[$.
5.

x	$-2,5$	-2	-1	0	1	2	3
$f(x)$	$-2,1$	0	$2,1$	$3,3$	$4,2$	$4,8$	$5,4$

6. On considère la droite T_1 tangente à la courbe (C) au point d'abscisse $\dfrac{3}{2}$ et la droite T_2 tangente à la courbe $\left(C'\right)$ au point d'abscisse -2.
   a. • Une équation de la droite T_1 est $y - f\left(\frac{3}{2}\right) = f'\left(\frac{3}{2}\right)\left(x - \frac{3}{2}\right)$.
   Avec $f\left(\frac{3}{2}\right) = 3\ln\left(\frac{3}{2}+3\right) = 3\ln\left(\frac{9}{2}\right) \approx 4,5$ et
   $f'\left(\frac{3}{2}\right) = \dfrac{3}{\frac{3}{2}+3} = \frac{2}{3}$, l'équation de la droite T_1 est :
   $y - 4,5 = \frac{2}{3}\left(x - \frac{3}{2}\right)$ ou $y - 4,5 = \frac{2}{3}x - 1$, soit finalement $y = \frac{2}{3}x + 3,5$.
   Une équation de la droite T_2 est $y - f(-2) = f'(-2)\left(x - \frac{3}{2}\right)$.
   Avec $f(-2) = 3\ln(-2+3) = 3\ln(1) = 0$ et
   $f'(-2) = \dfrac{3}{-2+3} = \frac{3}{1} = 3$, l'équation de la droite T_2 est :
   $y = 3(x+2)$, soit finalement $y = 3x+6$.
   b. ???????????
   c.



Partie C

1.

$$F(x) = 3(x+3)\ln(x+3) - 3x.$$

F est dérivable sur l'intervalle $]-3\ ;\ 3]$ et sur cet intervalle :
$F'(x) = 3\ln(x+3) + 3(x+3) \times \dfrac{1}{x+3} - 3 = 3\ln(x+3) + 3 - 3 = 3\ln(x+3) = f(x)$.
F est donc une primitive de la fonction f sur l'intervalle $]-3\ ;\ 3]$.

2. Une primitive de g sur l'intervalle $]-3\ ;\ 3]$ est la fonction G définie par $G(x) = \dfrac{x^3}{3} - 4x$.

L'aire de la partie D en unités d'aire est égale à $\displaystyle\int_{-2}^{3}\big(f(x) - g(x)\big)\,\mathrm{d}x = \int_{-2}^{3} f(x)\,\mathrm{d}x - \int_{-2}^{3} g(x)\,\mathrm{d}x =$ $[F(x)]_{-2}^{3} - [G(x)]_{-2}^{3} = F(3) - F(-2) - G(3) + G(-2) =$
$3(3+3)\ln(3+3) - 3\times 3 - (3(-2+3)\ln(-2+3) - 3\times(-2)) - \left(\dfrac{3^3}{3} - 4\times 3\right) + \left(\dfrac{(-2)^3}{3} - 4\times(-2)\right) = 18\ln 6 -$ $9 - 0 - 9 - \frac{8}{3} + 18 = 18\ln 6 - \frac{20}{3} \approx 25,585$, soit 25,59 cm^2 au millimètre carré près.