Corrigé du baccalauréat STI Arts appliqués – Métropole 23 juin 2008

EXERCICE 1 **8 points**

1. On a : $p(\text{A} \cup \text{B}) = p(\text{A}) + p(\text{B}) - p(\text{A} \cap \text{B}) = 0,4 + 0,6 - 0,2 = 0,8$. Réponse : a.

2. On a $6 \times 5 = 30$ tirages différents. Les tirages de même couleur sont (B1,B2) (J1,J2) (J1,J3) (J2,J3) et les tirages dans l'ordre inverse : donc 8 tirages favorables. La probabilité est donc égale à $\dfrac{8}{30}$. Réponse : c.

3. Réponse c. : une hyperbole.$25x^2 - 36y^2 - 900 = 0 \iff \dfrac{25x^2}{900} - \dfrac{36y^2}{900} = 1$.

4. $\dfrac{x^2}{16} + \dfrac{y^2}{4} = 1 \iff \dfrac{x^2}{4^2} + \dfrac{y^2}{2^2} = 1$.
   On a donc $a = 4$, $b = 2$ et $c = \sqrt{a^2 - c^2} = \sqrt{16 - 4} = \sqrt{12} = 2\sqrt{3}$.
   Les coordonnées des des foyers sont donc $\left(2\sqrt{3}~;~0\right)$ et $\left(-2\sqrt{3}~;~0\right)$. Réponse d.

5. Comme $x \geqslant 0$, $x^3 \geqslant 0$: la fonction f est donc positive sur $[0~;~2]$.
   L'aire du domaine compris entre C, l'axe des abscisses et les droites d'équation $x = 0$ et $x = 2$ est, en unités d'aire est égale à l'intégrale $\displaystyle\int_0^2 f(x)\,\text{d}x = \int_0^2 \left(x^3 + x\right)\text{d}x = \left[\frac{x^4}{4} + \frac{x^2}{2}\right]_0^2 = \frac{2^4}{4} + \frac{2^2}{2} - \left(\frac{0^4}{4} + \frac{0^2}{2}\right) = 4 + 2 = 6$ (u. a.). Réponse a.

6. Avec $u(x) = 3x - 1 > 0$, la dérivée de la fonction $\ln u$ est $\dfrac{u'}{u} = \dfrac{3}{3x - 1}$. Réponse c.

7. Pour $x > 0$, une primitive de $\dfrac{1}{x}$ est la fonction $\ln x$. Une primitive de f est donc F définie par : $F(x) = x^2 + x + \ln x$. Réponse b.

8. $\dfrac{1}{2}\text{e}^x = 5 \iff \text{e}^x = 10 \iff x = \ln 10$, par croissance de la fonction logarithme népérien. Réponse b.

EXERCICE 2 **12 points**

Partie A

1. **a.** f est dérivable sur $[0~;~2]$ et $f'(x) = \text{e}^x$. On sait que $\text{e}^x > 0$, quel que soit le nombre réel x.
   b. On en déduit que f est croissante sur $[0~;~2]$ de $f(0) = 1 + 1 = 2$ à $f(2) = \text{e}^2 + 1$.

x	0 ⟶ 2
$f(x)$	2 ↗ $\text{e}^2 + 1$

2.

x	0	0,5	1	1,5	2
$f(x)$	2	$\approx 2,6$	$\approx 3,7$	$\approx 5,5$	$\approx 8,4$

3. Voir la figure à la fin.

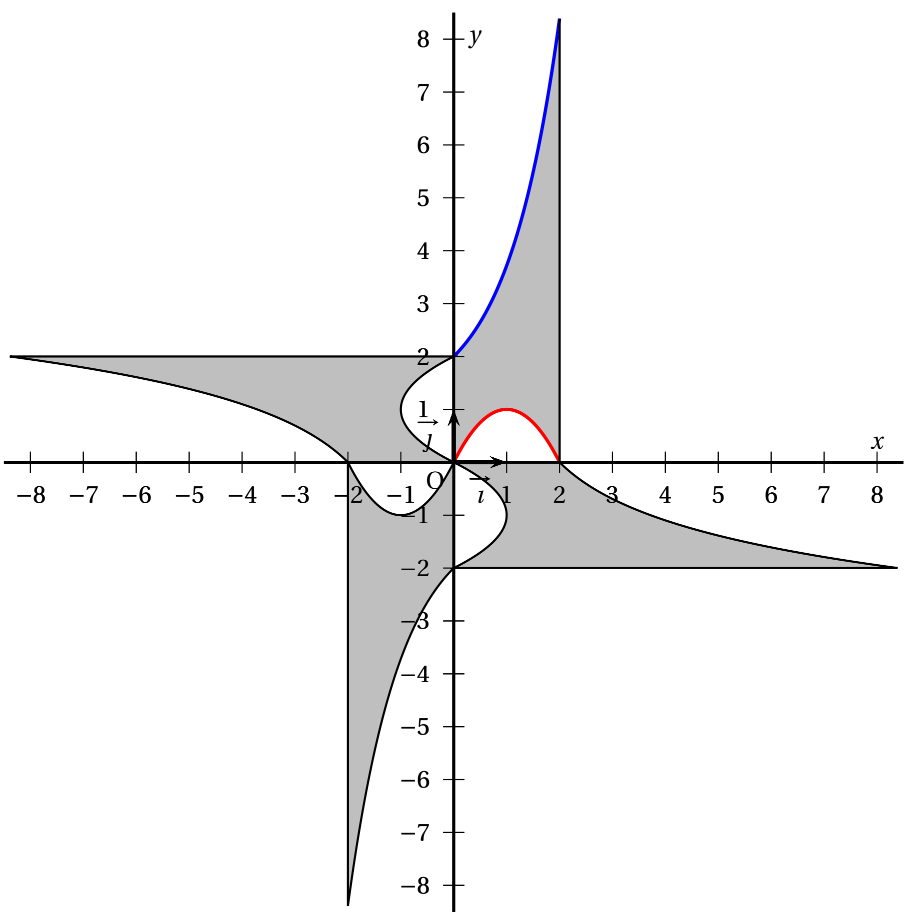
Partie B

1. g est dérivable sur $[0\,;\,2]$ et $g'(x) = -2x+2$.
$-2x+2 > 0 \iff 2 > 2x \iff 1 > x \iff x < 1$.
$-2x+2 < 0 \iff 2 < 2x \iff 1 < x \iff x > 1$.
La fonction g est donc croissante sur $[0\,;\,1]$ et décroissante sur $[1\,;\,2]$. D'où le tableau de variations :

x	0	1	2
$g(x)$	0	1	0

2. $M(x\,;\,y) \in \mathrm{T} \iff y - g(2) = g'(2)(x-2) \iff y - 0 = -2(x-2) \iff y = -2x+4$.

3. Voir ci-dessous.



Partie C

$\mathscr{A} = \displaystyle\int_0^2 [f(x) - g(x)]\,\mathrm{d}x = \int_0^2 \left(\mathrm{e}^x + 1 + x^2 - 2x\right)\,\mathrm{d}x = \left[\mathrm{e}^x + x + \frac{x^3}{3} - x^2\right]_0^2 =$
$\mathrm{e}^2 + 2 + \dfrac{2^3}{3} - 2^2 - \left(\mathrm{e}^0 + 0 + \dfrac{0^3}{3} - 0^2\right) = \mathrm{e}^2 - 3 + \dfrac{8}{3} = \mathrm{e}^2 - \dfrac{1}{3}$ (u. a.).
L'unité d'aire valant 1 cm^2, on a $\mathscr{A} = \mathrm{e}^2 - \dfrac{1}{3} \approx 7,1$ cm^2.

Partie D

1. Voir la figure
2. Voir la figure