Baccalauréat mathématiques Dijon juin 1937

I. - 1$^{\text{er}}$ sujet
Transformer en produit la somme et la différence de deux sinus et de deux cosinus.

I. - 2$^{\text{e}}$ sujet
Toutes les fonctions circulaires d'un arc s'expriment rationnellement en fonction de la tangente de l'arc moitié.

I. - 3$^{\text{e}}$ sujet
Relations entre les côtés d'un triangle et les sinus de ses angles.

NOTA. - Pour les deux premières questions on supposera démontrée la formule donnant le cosinus de la somme de deux arcs.

II.

1. On donne un cercle fixe S et un point fixe F. Un cercle *variable* C passe par F et est tangent à S en un point variable M : lieu du point de concours des tangentes à C en M et en F.
2. Construire le cercle C$'$ tangent à S et tangent à C en F.
   Soit M$'$ le point de contact de C$'$ avec S : montrer que MM$'$ passe par un point fixe quand C varie.
3. Transformer cette dernière propriété par une inversion de pôle F.
   Déduire de cette inversion que la somme ou la différence (suivant les cas de figure) de $\dfrac{1}{R}$ et $\dfrac{1}{R'}$ est constante, R et R' étant les rayons de C et de C$'$.
4. La formule ainsi trouvée exprime une propriété des segments ayant pour origine un foyer d'une conique donnée et pour extrémités les points de rencontre de la conique avec une sécante variable passant par ce foyer.
   En donner une démonstration directe basée sur la définition commune des coniques.
   Prouver, en utilisant cette définition, que le centre d'homothétie, autre que F, de C et C$'$ décrit une droite.

N. B. - Coefficients : de la question de cours, 1 ; du problème, 2.