Baccalauréat Dijon 1950
Série mathématiques

I Géométrie descriptive

1er sujet. - Angle de deux plans.

2e sujet. - Distance d'un point à un plan.

3e sujet. - Distance d'un point à une droite.

II

Par les sommets A, B, C d'un triangle donné on mène respectivement les droites $\mathrm{D_A}$, $\mathrm{D_B}$, $\mathrm{D_C}$ telles que les trois angles $(\mathrm{BC}, \mathrm{D_A})$, $(\mathrm{CA}, \mathrm{D_B})$, $(\mathrm{AB}, \mathrm{D_C})$, définis à $k\pi$ près, aient la même valeur α.
Soient $\mathrm{A'B'C'}$ le triangle déterminé par les trois droites, $\mathrm{A'_0B'_0C'_0}$ le triangle correspond à $\alpha = 0$.

1. Lieux des points $\mathrm{A'}$, $\mathrm{B'}$, $\mathrm{C'}$ quand α varie.

   Montrer que $\mathrm{A'B'C'}$ est semblable à ABC et que le rapport $\dfrac{\mathrm{A'B'}}{\mathrm{AB}}$ est égal à $2|\cos\alpha|$.
2. Montrer que, pour une valeur donnée de α, on passe de $\mathrm{A'_0B'_0C'_0}$ à $\mathrm{A'B'C'}$ par une similitude dont le centre (ou point double) est à la fois l'orthocentre H de ABC et le centre du cercle $\mathrm{A'B'C'}$.
3. Prouver que les droites joignant les milieux des côtés de $\mathrm{A'B'C'}$ passent par des points fixes quand α varie.
4. On passe de ABC à $\mathrm{A'_0B'_0C'_0}$ par une homothétie et de $\mathrm{A'_0B'_0C'_0}$ à $\mathrm{A'B'C'}$ par la similitude envisagée au 2.

   Montrer que, pour une valeur donnée de α, on passe de ABC à $\mathrm{A'B'C'}$ par une similitude dont on construira le point double S.

   Lieu de S quand α varie.
5. Soient $\mathrm{A''}$, $\mathrm{B''}$, $\mathrm{C''}$ les points inverses de $\mathrm{A'}$, $\mathrm{B'}$, $\mathrm{C'}$ dans l'inversion de pôle H et de puissance $\overline{\mathrm{HA'_0}}^2$.

   Enveloppes des côtés du triangle $\mathrm{A''B''C''}$.