

∞ Baccalauréat Dijon septembre 1946 ∞
Série mathématiques

I. 1^{er} sujet

Résolution d'un triangle, connaissant les trois côtés.

I. 2^e sujet

Intersection d'une droite et d'une parabole.

I. 3^e sujet

Vecteur vitesse dans le mouvement curviligne..

II.

On donne dans un plan orienté deux axes $x'x$ et $y'y$ se coupant en un point A et tels que $(x'x, y'y) = +\frac{\pi}{3}$. On prend sur $x'x$ et $y'y$ respectivement les points B et C définis par les égalités $\overline{AB} = \overline{AC} = a$, a étant un nombre positif donné.

Un point M décrit $x'x$ et un point N décrit $y'y$ de manière que

$$\overline{AM} + \overline{AN} = 2a.$$

1. Montrer qu'il existe une rotation, dont on précisera le centre et l'angle, dans laquelle le vecteur \overrightarrow{TM} est l'homologue du vecteur \overrightarrow{CN} .
En déduire que la médiatrice du segment MN passe par un point fixe O et que le cercle circonscrit au triangle AMN appartient à un faisceau dont on précisera l'axe.
En déduire une correspondance géométrique entre M et N.
Montrer que le triangle OMN varie en restant semblable à lui-même.
2. Déterminer le lieu du milieu du segment MN et montrer que la droite MN reste tangente à une parabole (P) dont on précisera le foyer et la tangente au sommet.
Construire le point de contact de (P) avec la droite MN.
Montrer que (P) est tangente à $x'x$ et $y'y$ en des points qu'on déterminera.
3. M et N restant sur les demi-axes Ax et Ay, montrer que l'aire du quadrilatère AOMN a une valeur constante qu'on évaluera.
Quel est le triangle AMN dont l'aire est maximum, et quel est ce maximum?
4. Soient M' le point de l'axe $x'x$ et N' le point de l'axe $y'y$ tels que

$$\overline{AM} \cdot \overline{AM'} = \overline{AN} \cdot \overline{AN'} = a.$$

Quelle relation algébrique y a-t-il entre $\overline{AM'}$ et $\overline{AN'}$?

Montrer que la droite M'N' passe par un point fixe O' dont on déterminera la position.

Coefficient : question de cours, 1 ; problème, 2.