

∞ **Baccalauréat Dijon septembre 1949** ∞  
**Série mathématiques**

**I.- 1<sup>er</sup> sujet**

Restes de la division d'une somme, d'une différence, d'un produit par 11.  
Caractères de divisibilité par 11.

**I.- 2<sup>e</sup> sujet**

Définition et extraction de la racine carrée arithmétique d'un nombre entier à une unité près.

**I.- 3<sup>e</sup> sujet**

Diviseurs communs à deux nombres. P. G. C. D. de deux nombres. Propriétés du P. G. C. D.

**II.**

Soient un cercle  $\Gamma$  de diamètre  $AA'$ , de centre  $O$ , de rayon  $R$ , et  $\Delta$  la tangente en  $A'$  à ce cercle.  $M$  étant un point du plan, la droite  $AM$  recoupe  $\Gamma$  en  $B$ , et la droite  $A'M$  recoupe  $\Gamma$  en  $D$ ; soient  $N$  le point de rencontre de  $AD$  et de  $A'B$ , et  $P$  la projection orthogonale de  $M$  sur  $AA'$ .

1. Démontrer que  $MN$  est perpendiculaire à  $AA'$  et que le cercle  $MNDB$  est orthogonal à  $\Gamma$ .
2. Montrer que, si le conjugué harmonique de  $B$  par rapport à  $A$  et  $M$  est sur  $\Delta$ ,  $N$  est le milieu de  $PM$ , et réciproquement.

Dans ces conditions, établir la relation existant entre  $\overline{OP}$  et  $\overline{PM}$ , et en déduire que le lieu de  $M$  est une ellipse dont on précisera les éléments (axes et foyers).

Montrer que  $BD$  et la tangente en  $M$  à l'ellipse se coupent en  $I$  sur  $AA'$ .

3. Dans les conditions du 2., on appelle  $\theta$  l'angle  $(AA', AB)$  et  $\alpha$  l'angle  $(AD, AB)$ , dans le plan orienté.
  - a. Calculer, en fonction de  $\theta$ , les longueurs  $AB, AC, AM, AP, AI$ , ainsi que  $\text{tg } \alpha$ .
  - b. Construire la courbe représentative des variations de  $y = \text{tg } \alpha$  en fonction de  $x = \text{tg } \theta$ .  
En déduire le maximum de  $\text{tg } \alpha$ ; que peut-on dire alors de  $M$  et de  $BD$ ?

**N. B.** - Question de cours sur 10, problème sur 20.