Baccalauréat Dijon septembre 1951
Série mathématiques et mathématiques et technique

I

1er sujet
Plan polaire d'un point par rapport à une sphère.

2e sujet
Produit de deux homothéties dans l'espace.

3e sujet
Conservation des angles par l'inversion dans le plan.

II

Soient (C), (C') des cercles de rayon R, R', de centres O, O', tangents extérieurement en S. Ces cercles coupent la droite OO' en S et respectivement en A et A'.
Une tangente commune autre que la tangente D au point S coupe D au point P et la ligne des centres OO' en S' ; M et Msont les points de contact. Soit T le milieu de OO'.

1. Montrer que le cercle de diamètre OO' est tangent en P à MM'.
   Évaluer SS' et ST en fonction des rayons.
2. Montrer que A, A', M, M' sont sur un même cercle (Ω) dont le centre ω est diamétralement opposé à P sur le cercle de diamètre OO', et que les droites AM, $A'M'$ se coupent en P' sur D.

   α et β étant les projections de ω sur OO' et sur D, montrer que les quatre points S', P, T, β sont sur un même cercle, ainsi que les quatre points S', P', α, β.
3. Les droites SM, SM' recoupent (Ω) en N, N'. Montrer que la droite NN' est perpendiculaire à D et que sa distance à S est égale à 2SP.

   (On pourra considérer le cercle circonscrit à $SMP'M'$ et utiliser une inversion bien choisie.)

   Montrer que $S'P'$ est l'axe radical de (Ω) et du cercle point S.
4. En supposant la droite OO' et le point S fixes et les rayons variant de manière que $R - R' = d$ (d étant une longueur donnée), déterminer le lieu de ω, l'enveloppe de MM' et l'enveloppe de $S'P'$.