

∞ Baccalauréat Dijon septembre 1950 ∞

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1^{er} sujet

Résoudre un triangle ABC, connaissant \hat{A} , b , c .

2^e sujet

Résoudre, graphiquement et à l'aide des tables, l'équation

$$4 \cos x + \sin x = 2.$$

3^e sujet

Étudier la fonction $\cos x + \sin x$.

II

On considère un cercle fixe (O) de centre O, de rayon R, et un point P de son plan. On pose $OP = d$.

Q désignant le point courant de (O), soit D le lieu des points U du plan tels que l'on ait

$$(1) \quad \overline{UP}^2 = \overline{UQ}^2 - k,$$

où k est une constante.

1. Évaluer la distance de P à D en fonction de k et PQ.

I désignant la projection de O sur D, montrer que $\overline{OI} \cdot \overline{PQ}$ est constant et trouver le lieu de I. Discuter.

2. Quelle est l'enveloppe C de D?

En déterminer les éléments.

Soit T le point où D coupe la directrice de C associée à O. Évaluer $\overline{TQ}^2 - \overline{TO}^2$ à l'aide de (1); en déduire la valeur de l'angle QOT et une construction simple du point où D touche son enveloppe.

3. Si $k = r^2$, déduire des résultats précédents l'enveloppe de la polaire d'un point fixe par rapport à un cercle de rayon donné, dont le centre décrit un cercle fixe.

4. On suppose $k = -r^2$, et O, P, r fixes. Montrer que, si R est convenablement choisi, il existe des positions de Q sur (O) telles que D passe par Q.

Lorsque R prend toutes ces valeurs, on obtient une famille de courbes C. Montrer que ces courbes sont tangentes à un même cercle.