

∞ Épreuve anticipée de mathématiques (première) ∞

Voie générale – avec spécialité – Antilles, Guyane – 12 juin 2026

Corrigé

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES – QCM (6 pts)

Question 1

Factorisons : $9x^2 - \frac{1}{9} = (3x)^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2$ on reconnaît alors une expression de la forme $a^2 - b^2$
 $= \left(3x - \frac{1}{3}\right)\left(3x + \frac{1}{3}\right)$ qui se factorise en $(a - b)(a + b)$

Bonne réponse : B.

Question 2

Effectuons les calculs : $E = \frac{x - y}{zt} = \frac{3 - (-2)}{(-3) \times (-4)} = \frac{3 + 2}{12} = \frac{5}{12}$.

Bonne réponse : C.

Question 3

On n'a pas besoin de lectures graphiques très précises pour déterminer le signe de A.

On voit $f(-4) \approx 1,5$, donc $f(-4) > 0$;

et $f(-1) = -2$, donc $f(-1) < 0$.

A est donc le quotient de deux nombres de signes contraires, le numérateur étant non nul (et le dénominateur aussi, bien sûr), donc on a : $A < 0$.

Bonne réponse : B.

Question 4

Résolvons (I) : $-2x + 2 \geq 0 \iff -2x \geq -2$

$$\iff x \leq \frac{-2}{-2} \quad \text{car on divise par } -2 < 0$$

$$\iff x \leq 1$$

L'ensemble des solutions est donc $S =]-\infty; 1]$.

Bonne réponse : A.

Question 5

Les propositions sont des fonctions polynômes du second degré, présentées sous une forme factorisée. On veut ici une fonction qui aura deux racines : -3 et 2 , et dont le coefficient dominant doit être positif, car les images sont positives, sauf entre les deux racines.

On peut donc éliminer les propositions **B.** (les racines de cette proposition sont -2 et 3) et **D.** (les racines sont -2 et -3).

Les propositions **A.** et **C.** présentent les bonnes racines, mais la proposition **A.** a un coefficient dominant négatif : si on développe, on trouvera : $-x^2 - x + 6$.

Finalement, la seule fonction qui admet le tableau de signe donné dans l'énoncé est f , dont une expression est : $f(x) = (x - 2)(x + 3)$.

Bonne réponse : C.

Question 6

Une baisse de 50 % se calcule en multipliant par : $c_1 = 1 - \frac{50}{100} = 0,5$;

la hausse de 40 % en multipliant par : $c_2 = 1 + \frac{40}{100} = 1,4$;

L'évolution globale a donc un coefficient multiplicateur de : $c_g = c_1 \times c_2 = 0,5 \times 1,4 = 0,7$.

Le taux d'évolution global est donc de : $t_g = c_g - 1 = 0,7 - 1 = -0,3 = -\frac{30}{100}$.

L'évolution globale du prix est donc une baisse de 30 %.

Bonne réponse : D.

Question 7

Si 40 % sont des hommes, alors les femmes représentent le complément à 100 %, c'est-à-dire 60 % des adhérents de l'association.

30 femmes représentent donc 60 %, donc une personne représente 2 % des adhérents de l'association. Il y a donc en tout 50 adhérents à cette association.

Variante : 30 femmes représentent 60 % des adhérents, donc 10 femmes représentent 20 % des adhérents. Ainsi $10 \times 5 = 50$ personnes représentent 100 % des adhérents.

Bonne réponse : D.

Question 8

On applique les formules de puissances :

- $\frac{a^8}{a^{-5}} = a^{8-(-5)} = a^{13} \neq a^3$;
- $\frac{a^{30}}{a^2} = a^{30-2} = a^{28} \neq a^{15}$;
- $(a^{10})^3 = a^{10 \times 3} = a^{30} \neq a^{13}$;
- $\frac{a \times a^5}{a^2} = \frac{a^1 \times a^5}{a^2} = a^{1+5-2} = a^4$.

Bonne réponse : D.

DEUXIÈME PARTIE (14 pts)

Exercice 1 (5 points)

1. a. En janvier 2026, il s'est passé un an, donc la valeur de la voiture a perdu 10 % de sa valeur initiale.

Appliquer une baisse de 10 %, c'est multiplier par : $q = 1 - \frac{10}{100} = 1 - 0,1 = 0,9$.

$10\,000 \times 0,9 = 9\,000$. La valeur de la voiture en janvier 2026 est de 9 000 €.

- b. Pour l'année $n + 1$, la valeur de la voiture (u_{n+1}) est égale à la valeur de l'année précédente (u_n), diminuée de 10 % (donc multipliée par $q = 0,9$),

donc on a bien : $u_{n+1} = 0,9u_n$.

2. La relation de récurrence ainsi établie est caractéristique d'une suite géométrique.

Ainsi, (u_n) est une suite géométrique, de premier terme $u_0 = 10\,000$ et de raison $q = 0,9$.

3. On applique la formule qui donne le terme général d'une suite géométrique.

Pour tout n entier naturel, on a donc : $u_n = u_0 \times q^n$

Soit, ici : $u_n = 10\,000 \times 0,9^n$.

4. On a : $2030 = 2025 + 5$.

On cherche donc à calculer u_5 .

On a donc : $u_5 = 10\,000 \times 0,9^5 = 10\,000 \times 0,59049 = 5\,904,9$.

En janvier 2030, la valeur de la voiture est de 5 904,9 €.

5. Ici, la variable U contient la valeur 10 000, c'est-à-dire la valeur du terme d'indice 0 de la suite (u_n), la variable N contient l'indice correspondant.

Tant que la valeur contenue dans U n'est pas strictement inférieure à A, c'est-à-dire tant que cette valeur est supérieure ou égale à A, alors on va remplacer dans U la valeur par la valeur du terme suivant dans la suite (u_n), en appliquant la relation de récurrence, et on va mettre à jour l'indice correspondant.

On obtient ainsi le programme :

```
def seuil(A) :  
    N = 0  
    U = 10000  
    while U >= A :  
        U = 0.9*U  
        N = N+1  
    return N
```

6. l'appel `seuil(5000)` renvoie 7. Cela signifie que la valeur de la voiture est strictement inférieure à 5 000 € pour la première fois après 7 ans, c'est-à-dire en 2032.

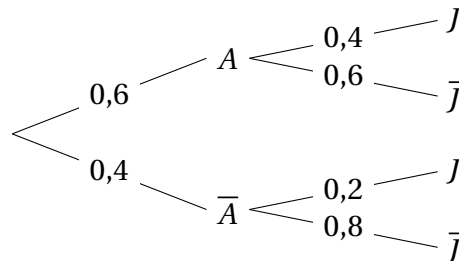
7. Si la voiture perd plus des trois quarts de sa valeur, cela signifie qu'elle vaut désormais strictement moins d'un quart de sa valeur initiale de 10 000 €, soit strictement moins de 2 500 €.

D'après l'appel `seuil(2500)`, ceci arrivera 14 ans après 2025, c'est-à-dire en 2039.

Exercice 2 (5 points)

1. Comme on interroge un spectateur au hasard, on est en situation d'équiprobabilité, et les proportions données dans l'énoncé sont assimilables à des probabilités.

On peut donc compléter l'arbre ci-dessous :



2. On a, d'après la propriété des probabilités conditionnelles :

$$P(A \cap J) = P(A) \times P_A(J) = 0,6 \times 0,4 = 0,24.$$

Dans le contexte de l'exercice, cela signifie que 24 % des spectateurs sont des personnes à la fois jeunes et abonnées.

3. Les événements A et $\bar{A}$ forment une partition de l'univers, donc, d'après la loi des probabilités totales, on a :

$$P(J) = P(A \cap J) + P(\bar{A} \cap J) = 0,24 + 0,4 \times 0,2 = 0,24 + 0,08 = 0,32.$$

On a bien trouvé $P(J) = 0,32$. Cela signifie que 32 % des spectateurs sont jeunes.

4. L'affirmation peut être traduite sous forme d'inégalité mathématique : $P_J(A) > \frac{1}{2}$.

$$\text{Or, d'après la définition des probabilités conditionnelles : } P_J(A) = \frac{P(A \cap J)}{P(J)} = \frac{0,24}{0,32} = \frac{24}{32} = \frac{3}{4} > \frac{1}{2}.$$

L'affirmation est donc correcte, quand on interroge un spectateur jeune au hasard, il y a trois chances sur quatre, donc plus d'une sur deux, qu'il soit abonné.

5. a. La variable aléatoire X prend trois valeurs : 5, 2 et 0.

On a dès lors la loi de probabilité pour X :

k	0	2	5
évènement $\{X = k\}$	$A \cap J$	$A \cap \bar{J}$	$\bar{A}$
$P(X = k)$	0,24	$0,6 \times 0,6 = 0,36$	0,4

- b. On applique la formule qui définit l'espérance :

$$E(X) = 0 \times P(X = 0) + 2 \times P(X = 2) + 5 \times P(X = 5) = 0 + 2 \times 0,36 + 5 \times 0,4 = 0 + 0,72 + 2 = 2,72.$$

Dans le contexte de l'exercice, cela signifie que le prix moyen payé par les spectateurs de ce cinéma est de 2,72 €.

Exercice 3 (4 points)

1. Affirmation 1 : Fausse.

Calculons les coordonnées des vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$.

Les coordonnées de $\overrightarrow{AB}$ sont $\begin{pmatrix} x_B - x_A \\ y_B - y_A \end{pmatrix}$ soit, avec les valeurs données : $\begin{pmatrix} 3 - 2 \\ 2 - 0 \end{pmatrix}$.

Finalement : $\overrightarrow{AB} \begin{pmatrix} 1 \\ 2 \end{pmatrix}$.

De même, on a : $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} 0 - 2 \\ 4 - 0 \end{pmatrix}$, soit $\overrightarrow{AC} \begin{pmatrix} -2 \\ 4 \end{pmatrix}$.

Comme le repère est orthonormé, on peut utiliser la formule analytique du produit scalaire :

$$\overrightarrow{AB} \cdot \overrightarrow{AC} = x_{\overrightarrow{AB}} x_{\overrightarrow{AC}} + y_{\overrightarrow{AB}} y_{\overrightarrow{AC}} = 1 \times (-2) + 2 \times 4 = -2 + 8 = 6.$$

Le produit scalaire n'est pas nul, donc les vecteurs $\overrightarrow{AB}$ et $\overrightarrow{AC}$ ne sont pas orthogonaux, et donc les droites (AB) et (AC), que ces vecteurs dirigent, ne sont pas perpendiculaires.

2. Déterminons l'expression de la fonction dérivée f' . f est un produit, et donc on applique la formule pour dériver un produit.

On peut poser : $u : x \mapsto 3x - 1$ et v la fonction exponentielle.

On a alors : $u' : x \mapsto 3$ et v' également la fonction exponentielle (celle-ci étant, par définition, égale à sa dérivée).

On a alors : $f = uv$ et donc $f' = u'v + uv'$.

On en déduit, pour tout x réel : $f'(x) = 3e^x + (3x - 1)e^x = (3 + 3x - 1)e^x = (3x + 2)e^x$.

a. Affirmation 2. a. : Fausse.

En effet, la fonction exponentielle est à valeurs strictement positives, donc $f'(x)$ est du signe de $(3x + 2)$, mais cette expression change de signe.

$$3x + 2 > 0 \iff 3x > -2$$

$$\iff x > -\frac{2}{3} \quad \text{car on divise par } 3 > 0$$

On a donc le tableau de signes pour f' :

x	$-\infty$	$-\frac{2}{3}$	$+\infty$
signe de $f'(x)$	-	0	+

On peut en déduire que la fonction f est strictement décroissante sur l'intervalle $\left] -\infty; -\frac{2}{3} \right]$, ce qui contredit que la fonction serait croissante sur cet intervalle. Ainsi la fonction n'est pas croissante sur $\mathbb{R}$ tout entier.

b. Affirmation 2. b. : Vraie.

On applique la formule pour obtenir une équation de la tangente : $y = f'(a)(x - a) + f(a)$.

Ici, la fonction f est celle de l'énoncé, et l'abscisse a est égale à 0.

On va donc calculer : $f(0) = (3 \times 0 - 1)e^0 = -1 \times 1 = -1$ et $f'(0) = (3 \times 0 + 2)e^0 = 2 \times 1 = 2$.

Ainsi, une équation de la tangente cherchée est : $y = 2 \times (x - 0) + (-1)$.

Une fois simplifiée, cette équation réduite est bien : $y = 2x - 1$.