

œ Épreuve anticipée de mathématiques (première) œ
Voie générale – avec spécialité – Polynésie – 12 juin 2026

A. P. M. E. P.

Corrigé

Partie 1 : AUTOMATISMES – QCM (6 pts)

Question 1

Prendre 30 % d'une quantité, c'est la multiplier par $\frac{30}{100} = 0,3$.

L'augmentation est de $0,3 \times 40 = 12$ €,
donc le prix final est de $40 + 12 = 52$ €.

Bonne réponse : B.

Question 2

Un produit est nul si et seulement si l'un (au moins) de ses facteurs est nul :

- $-0,5x + 3 = 0 \iff x = 3 \div 0,5 = 6$
- $-5x - 4 = 0 \iff x = -4 \div 5 = -0,8$

Les deux solutions sont 6 et $-0,8$.

Bonne réponse : D.

Question 3

20% c'est un cinquième, donc si 8 joueurs représentent $\frac{1}{5}$ de l'équipe, son effectif total est $8 \times 5 = 40$.

Bonne réponse : C.

Question 4

$$E_C = \frac{1}{2} m v^2 \iff 2E_C = m v^2$$

$$\iff v^2 = \frac{2E_C}{m}$$

$$\iff v = \sqrt{\frac{2E_C}{m}} \quad \text{car } v \text{ est une vitesse, donc } v > 0$$

Bonne réponse : B.

Question 5

Par simple lecture graphique, $\frac{1}{x} \geq 2 \iff 0 < x \leq \frac{1}{2}$.

Bonne réponse : A.

Question 6

$$2^9 \times 5^7 = 2^2 \times 2^7 \times 5^7 = 2^2 \times (2 \times 5)^7 = 4 \times 10^7.$$

Bonne réponse : B.

Question 7

La droite est décroissante, donc la pente de la droite est négative.

La droite coupe l'axe des ordonnées entre 5 et 6 (ordonnée à l'origine).

Bonne réponse : D.

Question 8

C'est une identité remarquable, $16x^2 = (4x)^2$,

$$\text{donc } 16x^2 - (x+1)^2 = (4x - (x+1))(4x + (x+1)) = (3x-1)(5x+1).$$

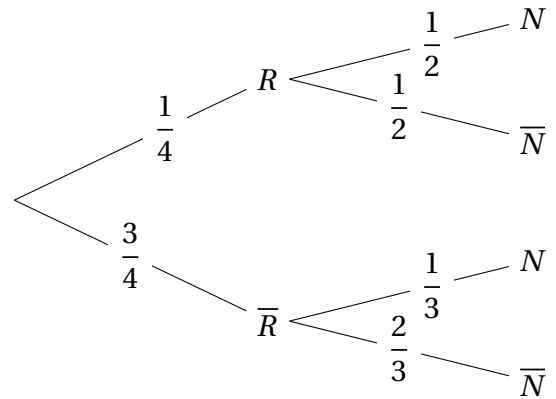
Bonne réponse : B.

Partie 2 (14 pts)

Exercice 1 (8 points)

Partie A

- Un quart des clients participent aux randonnées, donc $P(R) = \frac{1}{4}$ et $P(\bar{R}) = \frac{3}{4}$.
La moitié de ceux qui ont fait une randonnée font des activités nautiques, donc $P_R(N) = \frac{1}{2}$ et $P_R(\bar{N}) = \frac{1}{2}$.
Un tiers de ceux qui n'ont pas randonné font des activités nautiques, donc $P_{\bar{R}}(N) = \frac{1}{3}$ et $P_{\bar{R}}(\bar{N}) = \frac{2}{3}$.



- R et $\bar{R}$ forment une partition de l'univers.

Donc, d'après la loi des probabilités totales : $P(N) = P(R \cap N) + P(\bar{R} \cap N)$.

$$\text{Donc } P(N) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{2} + \frac{3}{4} \times \frac{1}{3} = \frac{1}{8} + \frac{1}{4} = \frac{3}{8}.$$

La probabilité que le client participe aux activités nautiques est bien de $\frac{3}{8}$.

- On cherche $P_N(R)$.

$$\text{Par définition des probabilités conditionnelles : } P_N(R) = \frac{P(R \cap N)}{P(N)} = \frac{\frac{1}{8}}{\frac{3}{8}} = \frac{1}{8} \times \frac{8}{3} = \frac{1}{3}.$$

La probabilité qu'un client, choisi parmi ceux qui font des activités nautiques, ait fait une randonnée le matin est $\frac{1}{3}$.

- Les événements ne sont pas indépendants :

- $P(R \cap N) = \frac{1}{8}$;
- $P(R) \times P(N) = \frac{1}{4} \times \frac{3}{8} = \frac{3}{32} \neq P(R \cap N)$.

Partie B

- On reconnaît la relation de récurrence caractéristique d'une suite géométrique, de raison 1,025.
- La multiplication par 1,025 correspond à une augmentation, exprimée en pourcentage, de 2,5% : le taux d'évolution annuel de la fréquentation est 2,5%.
- a. On veut le premier indice n tel que u_n est supérieur ou égal à un seuil k .
 - La variable u contient une valeur qui est un terme de la suite (u_n) ;
 - la variable n contient la valeur n de l'indice correspondant;

- les deux variables sont initialisées avec les valeurs de u_0 et 0 respectivement;
- La boucle « tourne » aussi longtemps que u est strictement inférieur au seuil k ;
- à chaque exécution, la valeur de l'indice est remplacée par la valeur de l'indice suivant (en ajoutant 1), et la valeur du terme est remplacée par la valeur du terme suivant (en appliquant la relation de récurrence);
- finalement, on renvoie l'indice du terme qui a permis de sortir de la boucle, c'est-à-dire l'indice du premier terme qui n'est pas strictement inférieur au seuil.

Le programme complété est donc :

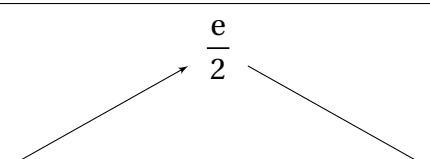
```
def seuil (k) :
    u = 400
    n = 0
    while u < k :
        n = n + 1
        u = u*1.025
    return n
```

- b. Pour que l'on atteigne 600 clients, il faut que $1,025^n$ dépasse 1,5.
D'après le tableur, c'est le cas si $n = 17$ (cellule B19).
 $2025 + 17 = 2042$.

Exercice 2 (6 points)

Partie A

- On utilise la formule $(uv)' = u'v + v'u$,
avec $u(x) = \frac{1}{2}x + 1$ donc $u'(x) = \frac{1}{2}$ et $v(x) = e^{-x}$ donc $v'(x) = -e^{-x}$.
Donc $f'(x) = \frac{1}{2} \times e^{-x} + \left(\frac{1}{2}x + 1\right) \times (-e^{-x}) = \left(\frac{1}{2} - \frac{1}{2}x - 1\right) e^{-x} = \left(-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}\right) e^{-x}$.
- L'exponentielle est à valeurs strictement positives, donc le signe de la dérivée f' ne dépend que du signe du facteur $-\frac{1}{2}x - \frac{1}{2}$.
 f' est donc positive entre $-\infty$ et -1 , puis négative.
On calcule l'image de -1 qui est $\frac{1}{2}e \approx 1,35$

x	$-\infty$	-1	$+\infty$
signe de $f'(x)$	+	0	-
variations de f			

3. f atteint en -1 son maximum qui est $\frac{e}{2} \approx 1,35$.

Donc : $\forall x \in \mathbb{R}, f(x) \leq 2$

L'affirmation est vraie.

4. En 0, on a $f(0) = 1$ (c'est l'ordonnée à l'origine) et $f'(0) = -\frac{1}{2}$ (c'est la pente de la tangente).

Donc l'équation réduite de la tangente en 0 est $y = -\frac{x}{2} + 1$

Partie B

1. Le point $M(0; 1)$ est sur la courbe $(\mathcal{C}_g)$, donc on en déduit que $g(0) = 1$.

Avec l'expression donnée pour la fonction g , on a : $g(0) = 0,5 \times 0^2 + b \times 0 + c = c$,
donc $g(0) = 1 \iff c = 1$.

2. La dérivée de g est $g'(x) = x + b$.

Donc le nombre dérivé en 0 est b .

Puisque f et g ont même tangente, on a $g'(0) = f'(0) = -\frac{1}{2}$, donc $b = -\frac{1}{2}$.