

∞ Épreuve anticipée de mathématiques (première) ∞
Voie générale – sans spécialité – Métropole – septembre 2026

A. P. M. E. P.

Corrigé

PREMIÈRE PARTIE : AUTOMATISMES - QCM (6 points)

Pour cette première partie, aucune justification n'est demandée et une seule réponse est possible par question. Les justifications ci-dessous sont fournies à titre pédagogique.

Une réponse fausse ou l'absence de réponse n'enlève aucun point : il ne faut donc jamais laisser une question sans réponse.

Question 1 Réponse B

On range d'abord les 7 notes dans l'ordre croissant :

8 9 9 11 12 15 17.

L'effectif est impair (7 notes) : la médiane est la valeur centrale, c'est-à-dire la 4^e note, soit 11.

Question 2 Réponse D

La droite coupe l'axe des ordonnées en 6 : l'ordonnée à l'origine est $b = 6$. Elle passe aussi par le point de coordonnées (2 ; 0), donc son coefficient directeur vaut

$$a = \frac{0 - 6}{2 - 0} = -3.$$

D'où $f(x) = -3x + 6$.

Question 3 Réponse B

On reconnaît l'identité remarquable $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$ avec $a = x$ et $b = 3$:

$$(x - 3)(x + 3) = x^2 + 3x - 3x - 9 = x^2 - 9.$$

Question 4 Réponse A

Prendre 30 % d'une quantité revient à la multiplier par $\frac{30}{100} = 0,3$:

$$0,3 \times 12 = 3,6.$$

Question 5 Réponse C

Diviser par une fraction revient à multiplier par son inverse :

$$A = \frac{3}{7} \div \frac{4}{5} = \frac{3}{7} \times \frac{5}{4} = \frac{15}{28}.$$

Question 6 Réponse C

Il s'agit d'une situation de proportionnalité : 1 mètre correspond à 1,1 yard, donc

$$300 \times 1,1 = 330.$$

300 mètres représentent environ 330 yards.

Question 7 Réponse D

On écrit $2 = 2^1$ et on applique $a^m \times a^n = a^{m+n}$:

$$2 \times 2^5 = 2^1 \times 2^5 = 2^{1+5} = 2^6.$$

Question 8 Réponse B

On remplace T_C par -10 dans la formule, en respectant la priorité de la multiplication :

$$T_F = 1,8 \times (-10) + 32 = -18 + 32 = 14.$$

Une température de -10°C correspond à 14°F .

DEUXIÈME PARTIE (14 points)

Exercice 1 (3 points)

Pour $t \in [0 ; +\infty[$, $f(t) = 10 \times 1,15^t$ où t est exprimé en heures et $f(t)$ en milliers de bactéries.

1. a. Au début de l'expérience, $t = 0$. $f(0) = 10 \times 1,15^0 = 10 \times 1 = 10$.

Au début de l'expérience, la population compte 10 milliers de bactéries, soit 10 000 bactéries.

- b. $f(1) = 10 \times 1,15 = 11,5$.

Au bout d'une heure, la population compte 11,5 milliers de bactéries, soit 11 500 bactéries.

2. Une fonction de la forme $t \mapsto k \times a^t$ avec $k > 0$ et $a > 0$ est croissante si $a > 1$ et décroissante si $0 < a < 1$.

Ici $k = 10 > 0$ et $a = 1,15 > 1$: la fonction f est **croissante** sur $[0 ; +\infty[$.

3. $t = 1,5$ h correspond à 1 h 30 min et $f(t)$ s'exprime en milliers de bactéries.

Au bout d'une heure et demie, la population compte environ 12 332 bactéries.

Exercice 2 (5 points)

u_n désigne la valeur du téléphone, en euros, l'année $2025 + n$; $u_0 = 1\,060$ et la valeur diminue de 100 € chaque année.

1. $u_1 = 1\,060 - 100 = 960$ et $u_2 = 960 - 100 = 860$.

Pour $n = 2$, $2025 + 2 = 2027$. En 2027, le téléphone vaudra 860 €.

2. Chaque année, la valeur diminue de 100 € donc, pour tout entier naturel n : $u_{n+1} = u_n - 100$.

3. Pour tout entier naturel n , $u_{n+1} = u_n + (-100)$: la suite (u_n) est **arithmétique** de raison $r = -100$ et de premier terme $u_0 = 1\,060$.

4. Pour une suite arithmétique de premier terme u_0 et de raison r : $u_n = u_0 + nr$.

Pour tout entier naturel n , $u_n = 1\,060 - 100n$.

5. La moitié de la valeur initiale est $\frac{1\,060}{2} = 530$ €. Le téléphone a perdu plus de la moitié de sa valeur lorsque $u_n < 530$.

$$u_n < 530 \iff 1\,060 - 100n < 530 \iff -100n < -530 \iff n > 5,3.$$

Le plus petit entier n qui convient est $n = 6$.

C'est à partir de l'année $2025 + 6 = 2031$ que le téléphone aura perdu plus de la moitié de sa valeur initiale.

Exercice 3 (6 points)

1. On complète le tableau par différences : lacs = $500 - 300 = 200$; lacs satisfaisants = $200 - 80 = 120$; rivières satisfaisantes = $280 - 120 = 160$; rivières insatisfaisantes = $300 - 160 = 140$; insatisfaisants = $500 - 280 = 220$.

	Rivière	Lac	Total
Qualité satisfaisante	160	120	280
Qualité insatisfaisante	140	80	220
Total	300	200	500

2. Le choix se fait au hasard : on est en situation d'équiprobabilité.

a. $P(R) = \frac{300}{500} = \frac{3}{5}$.

La probabilité que l'échantillon provienne d'une rivière est de $\frac{3}{5}$.

- b. $\bar{S}$: « l'échantillon choisi est classé de qualité insatisfaisante ».

$$P(\bar{S}) = \frac{220}{500} = \frac{10 \times 2 \times 11}{10 \times 2 \times 25} = \frac{11}{25}.$$

- c. $S \cap \bar{R}$ est l'évènement « l'échantillon est de qualité satisfaisante et provient d'un lac ».

$$P(S \cap \bar{R}) = \frac{120}{500} = \frac{10 \times 2 \times 6}{10 \times 2 \times 25} = \frac{6}{25}.$$

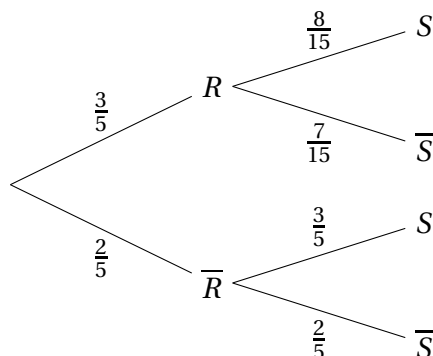
La probabilité que l'échantillon choisi provienne d'un lac et soit de qualité satisfaisante est égale à $\frac{6}{25}$.

3. a. $x = P_R(\bar{S})$ est la probabilité que l'échantillon soit de qualité insatisfaisante sachant qu'il provient d'une rivière.

- b. Parmi les 300 échantillons provenant d'une rivière, 140 sont de qualité insatisfaisante :

$$x = P_R(\bar{S}) = \frac{140}{300} = \frac{10 \times 2 \times 7}{10 \times 2 \times 15} = \frac{7}{15}.$$

- c. $P(\bar{R}) = 1 - \frac{3}{5} = \frac{2}{5}$; $P_R(S) = 1 - \frac{7}{15} = \frac{8}{15}$; $P_{\bar{R}}(S) = \frac{120}{200} = \frac{3}{5}$ et $P_{\bar{R}}(\bar{S}) = \frac{80}{200} = \frac{2}{5}$.



4. Les évènements R et $\bar{S}$ sont indépendants si et seulement si $P(R \cap \bar{S}) = P(R) \times P(\bar{S})$.

$$\text{D'une part } P(R \cap \bar{S}) = \frac{140}{500} = \frac{7}{25} = \frac{35}{125}; \text{ d'autre part } P(R) \times P(\bar{S}) = \frac{3}{5} \times \frac{11}{25} = \frac{33}{125}.$$

Comme $\frac{35}{125} \neq \frac{33}{125}$, l'égalité n'est pas vérifiée.

Les évènements « l'échantillon provient d'une rivière » et « l'échantillon est de qualité insatisfaisante » ne sont **pas indépendants**.