

∞ Baccalauréat Égypte juin 1956<sup>1</sup> ∞

Série mathématiques

I.

1<sup>er</sup> sujet

Couples de points conjugués par rapport à un cercle.

Lieu des conjugués d'un point donné par rapport à un cercle donné.

I.

2<sup>e</sup> sujet

Produit de deux homothéties; ces homothéties étant définies par leurs centres, supposés distincts, et leurs rayons, préciser le centre éventuel et le rapport de la transformation produite.

I.

3<sup>e</sup> sujet

Inverse d'un cercle, le pôle étant sur le cercle; réciproque; peut-on échanger par inversion une droite et un cercle donnés?

II.

Sur un axe  $u'Ou$  on donne deux points fixes F et F' par leurs abscisses :

$$\overline{OF} = c, \quad \overline{OF'} = -c \quad (c > 0).$$

$k > 0$  étant un nombre différent de  $c$ , on considère sur  $u'Ou$  le point K dont l'abscisse est  $\overline{OK} = k$ . On appelle (D) la perpendiculaire en K à  $u'Ou$ .

1. Montrer qu'il existe une conique ( $\Gamma$ ) et une seule admettant F' et F comme foyers, (D) comme directrice correspondant à F

Construire les sommets A et A' de ( $\Gamma$ ) sur son axe focal.

Calculer en fonction de  $c$  et  $k$  l'excentricité  $e$  de ( $\Gamma$ ).

Où doit se trouver K pour que ( $\Gamma$ ) soit une ellipse, une hyperbole?

2. Soit (C) la circonférence de diamètre FF'; M étant un point quelconque de (C), on appelle H sa projection sur (D). On appelle  $x$  la *longueur* de MF.

Exprimer en fonction de  $x$ ,  $k$ ,  $c$  le rapport de longueurs  $\frac{MF}{MH}$ .

3. On donne la fonction

$$y = \frac{2cx}{|x^2 - 2c(c - k)|}$$

où le symbole  $||$  indique une valeur absolue.

---

1. Buenos Aires novembre 1956 Nouvelle Calédonie novembre 1957

Étudier les variations de  $y$  lorsque  $x$  croît de 0 à  $2c$ .

On distinguera les trois cas suivants :

$$k < c; \quad c < k < 3c; \quad k > 3c.$$

On construira les courbes représentatives correspondant aux valeurs suivantes :

$$c = 4, k = 2; \quad c = 4, k = 6; \quad c = 4, k = 14.$$

(unité de longueur : 1 cm).

4. Calculer les valeurs de  $x$  qui correspondent aux points M communs aux courbes ( $\Gamma$ ) et (C).

Discuter leur existence suivant les valeurs de  $k$ ,  $c$  étant donné.