

∞ Baccalauréat Espagne et Portugal juin 1954 ∞
Série mathématiques et mathématiques et technique

I.

1^{er} sujet

Cercles orthogonaux.

Définition; conditions nécessaires et suffisantes pour que deux cercles soient orthogonaux.

I.

2^e sujet

Intersection d'une droite et d'une ellipse.

I.

3^e sujet

Tangentes à une parabole menées par un point donné.

Théorèmes de Poncelet.

II.

Partie α

Soit un triangle quelconque ABC ($AB < AC$).

Deux points B' et C' varient, le premier sur le segment AB, le second sur le segment AC, de façon que $BB' = CC'$.

1. Construire le centre ω de la rotation transformant $\overrightarrow{BB'}$ en $\overrightarrow{CC'}$.
Indiquer diverses lignes portant ω .
Quel est le rôle de la droite $A\omega$ dans le triangle ABC?
2. Montrer que, lorsque B' décrit le segment AB, le lieu du milieu, M, de BC' est un segment de droite, dont on précisera les extrémités; quelle est, dans les mêmes conditions, l'enveloppe de la droite $B'C'$?
3. Aux points B' et C' on fait correspondre les points B'' et C'' tels que $\overline{AB'} \cdot \overline{AB''} = \overline{AC'} \cdot \overline{AC''} = k^2$ (k , longueur donnée).
Démontrer que la droite $B''C''$ passe par un point fixe.
4. On appelle H la projection de ω sur AB, K la projection de ω sur AC. Calculer AH et AK en fonction de AB et AC.

Partie β

On suppose maintenant A et B fixes et C variable sur un cercle (A) de centre A et de rayon supérieur à AB.

À chaque triangle ABC correspond, d'après ce qui précède, un point ω . On appelle ω' le point diamétralement opposé à ω sur le cercle (Γ) circonscrit à ABC.

1. Lieux des points ω et ω' quand C décrit le cercle (A)?
2. Enveloppe de la droite $\omega\omega'$ dans les mêmes conditions?
Quel est le point de contact de $\omega\omega'$ avec son enveloppe?