

∞ **Baccalauréat Espagne et Portugal 1950** ∞
Série mathématiques et mathématiques et technique

I

1^{er} sujet - Intersection d'une droite et d'une ellipse.

2^e sujet. - Projection stéréographique.

3^e sujet - Ellipse considérée comme projection orthogonale d'un cercle.

II

Le plan étant rapporté à deux axes rectangulaires $x'Ox$, $y'Oy$, on marque sur $y'Oy$ le point fixe A d'ordonnée $OA = h$. On considère un triangle variable T dont A est un sommet, dont l'axe $x'Ox$ porte le côté BC, et qui reste tel que le cercle circonscrit admet constamment la droite $y'Oy$ pour tangente en A.

1. Que peut-on dire de l'orthocentre H du triangle T?
Trouver et limiter le lieu de son centre de gravité.
Examiner comment varie le cercle passant par les milieux de ses trois côtés.
2. On projette orthogonalement le point A en K, K' et en L, L' sur les bissectrices intérieures et extérieures des angles B et C du triangle T.
Montrer que les quatre points K, K', L, L' sont situés sur une même droite et que cette droite reste fixe lorsque le triangle T varie dans les conditions indiquées.
En déduire l'enveloppe des quatre bissectrices.
3. Montrer qu'il existe un cercle fixe (S) tel que chaque sommet du triangle T admet constamment pour polaire par rapport à (S) le côté opposé; trouver le centre du cercle (S) et calculer son rayon.
4. Quelle relation indépendante de h vérifient constamment les longueurs $BC = a$, $CA = b$, $AB = c$ des trois côtés du triangle T? (On pourra supposer $b > c$.)