

∞ **Baccalauréat États associés<sup>1</sup> juin 1956** ∞  
**Série mathématiques et mathématiques et technique**

**I.**

**1<sup>er</sup> sujet**

Établir entre les éléments d'un triangle l'un des ensembles de relations appelé système fondamental.

Étudier la réciproque.

**I.**

**2<sup>e</sup> sujet**

Résoudre l'équation trigonométrique

$$\sqrt{3} \cos x - \sin x + \sqrt{2} = 0.$$

**I.**

**3<sup>e</sup> sujet**

Dérivées des fonctions  $\cos(\omega t + \varphi)$  et  $\sin(\omega t + \varphi)$ .

**II.**

On considère dans un plan deux points fixes A et B et un point variable M. La perpendiculaire en A à MA et la perpendiculaire en B à MB se coupent en un point M', que l'on appellera l'associé du point M.

**1.** La construction de l'associé M' du point M est-elle possible quelle que soit la position de M?

Quel est le lieu de l'associé M' du point M lorsque ce dernier décrit :

- a.** une droite passant par A (ou par B);
- b.** une droite perpendiculaire à AB?

Les droites MA et M'B se coupent en P. Quel est l'associé P' du point P?

**2.** Quel est le lieu de l'associé M' du point M lorsque ce dernier décrit un cercle (C) passant par A et B?

Soient I le pôle de la droite AB par rapport à (C) et S le point d'intersection des droites MM' et AB.

Quelle est la polaire de S par rapport à (C)?

Sur quelle courbe se déplacent les points P et P' définis au **1.** lorsque M décrit (C)?

Préciser la position de cette courbe par rapport à (C). Quelles sont les enveloppes des côtés du triangle PP'S?

**3.** On considère deux cercles orthogonaux, (C) et (C'), se coupant en A et B. Soit P un point variable de (C').

Les droites PA et PB recoupent respectivement le cercle (C) en M et M'.

Quelle est la position de la droite MM' par rapport à (C)?

Quel est le lieu de l'orthocentre du triangle PMM' quand P décrit (C')?

---

1. et New York

4. On reprend les hypothèses et les notations du 2. et l'on considère l'inversion de pôle  $I$  qui conserve le cercle  $(C)$ .  
Quel est l'inverse  $(\Gamma)$  de la droite  $AB$ ?  
Quel est le rôle de  $(\Gamma)$  dans chacun des quatre triangles ayant pour sommets trois des quatre points  $M, M', P, P'$ ?  
Quels sont les lieux des centres des cercles circonscrits à ces quatre triangles lorsque  $M$  décrit  $(C)$ ?