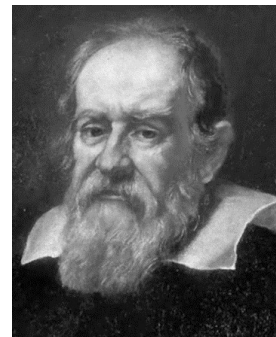


Le problème du Grand-Duc de Toscane

Grand amateur de jeux de dés, le Grand Duc de Toscane n'arrivait pas à comprendre pourquoi, en jouant, il obtenait plus souvent un total de 10 qu'un total de 9 alors qu'il lui semblait qu'il y avait autant de combinaisons possibles pour chacun de ses totaux.

Galilée (1564-1642) lui apportera la réponse suivante :



« Que dans ce jeu de dés certains points soient plus avantageux que d'autres, on en a une explication très évidente, qui consiste dans le fait que ceux-là peuvent sortir plus facilement et plus souvent que ceux-ci, ce qui dépend de leur capacité à se former avec plusieurs sortes de chiffres »...

... « Et que le 9 et le 10 se forment (et ce que l'on dit de ceux-ci s'entend pour leurs symétriques le 12 et le 11) se forment, dis-je, avec la même diversité de chiffres, est évident ; en effet le 9 se compose en 1-2-6, 1-3-5, 1-4-4, 2-2-5, 2-3-4, 3-3-3, qui sont six triplets, et le 10 en 1-3-6, 1-4-5, 2-2-6, 2-3-5, 2-4-4, 3-3-4, et non d'autres façons ce qui fait aussi six combinaisons »...

... « [Deux dés présentent 36 sorties]. Puisque chacune des faces [du troisième dé], qui sont aussi au nombre de six, peut s'accoupler avec chacune des 36 sorties des deux autres dés, nous aurons que les sorties des trois dés sont au nombre de six fois 36, soit 216, toutes différentes »...

« Mais puisque les sommes des tirages des trois dés ne sont qu'au nombre de 16, c'est à dire 3, 4, 5 jusqu'à 18, entre lesquelles on a à répartir les dites 216 sorties, il est nécessaire que pour quelques-unes de ces sommes on ait beaucoup de sorties et, si nous trouvons combien on en a pour chacune, nous aurons ouvert la voie pour découvrir tout ce que nous cherchons, et il suffira de faire une telle recherche du 1 au 10, puisque ce qui conviendra à l'un de ces nombres conviendra encore à son symétrique ».

« ... Alors on voit que la somme 10 peut se faire par 27 sorties de dés différentes, mais la somme 9 par 25 seulement ».

« ... Toute personne qui s'entend au jeu pourra mesurer très exactement tous les avantages, pour minimes qu'ils soient, des parties de dés, des tournois et de toute autre règle particulière que l'on observe dans le jeu ».

Extrait de Le Opere de Galileo Galilei , Firenze, 1855.vol.XIV, p. 293-316 (texte original, Mss. Palatini, Par.V11 Tome 3)

- Lisez le texte. Notez les formulations ou le vocabulaire qui vous posent problème.

Remarque : Galilée utilise le mot « triplet » ou « combinaison » pour désigner un ensemble de trois nombres, dans le cours le mot « triplet » désigne un ensemble ordonné de trois nombres (par exemple pour nous actuellement (1, 2, 3) et (2, 1, 3) sont deux triplets différents)

Dans la suite le mot « triplet » sera utilisé dans son sens moderne.

- Paragraphes 3 et 4 : Expliquez pourquoi il y a 216 issues possibles sous forme de triplets et seulement 16 sommes possibles.
- Montrez que les sommes $1+2+6 = 9$ et $1+3+6 = 10$ données en exemple par Galilée (paragraphe 2) correspondent chacune à 6 triplets.
- Expliquez d'où vient la différence : « on voit que la somme 10 peut se faire par 27 sorties de dés différentes, mais la somme 9 par 25 seulement » (paragraphe 5)
- Que pensez-vous des observations du Grand-Duc de Toscane ?

Complément :

- Généralisez le dénombrement précédent à chaque somme et donnez la loi de probabilité suivie par la somme totale S des points sur les trois dés.

L'extrait suivant peut être partagé après la recherche de la question en complément ou bien lui servir de support :

594

SCRITTURE DI DATA INCERTA.

accanto alle quali son posti i numeri secondo i quali ciascuna triplicità si può diversificare, sotto i quali è finalmente raccolta la somma di tutti i modi possibili a produrre essi tiri.

10	9		8		7		6		5		4		3			
6.3.1.	6	6.2.1.	6	6.1.1.	3	5.1.1.	3	4.1.1.	3	3.1.1.	3	2.1.1.	3	1.1.1.	1	1
6.2.2.	3	5.3.1.	6	5.2.1.	6	4.2.1.	6	3.2.1.	6	2.2.1.	3					3
5.4.1.	6	5.2.2.	3	4.3.1.	6	3.3.1.	3	2.2.2.	1							6
5.3.2.	6	4.4.1.	3	4.2.2.	3	3.2.2.	3									15
4.4.2.	3	4.3.2.	6	3.3.2.	3											10
4.3.3.	3	3.3.3.	1													6
	27		25		21		15		10		6					108

Come, per esempio, nella prima casella aviamo il punto 10, e sotto di esso 6 triplicità di numeri con i quali egli si può comporre, che sono 6.3.1., 6.2.2., 5.4.1., 5.3.2., 4.4.2., 4.3.3.: e perchè la prima triplicità 6.3.1. è composta di 3 numeri diversi, può (come di sopra si è dichiarato) esser fatta da 6 scoperte di dadi differenti; però accanto ad essa triplicità 6.3.1. si nota 6: ed essendo la seconda, 6.2.2., composta di due numeri eguali e di un altro diverso, non 10 può prodursi se non in 3 scoperte di dadi differenti.

Galileo Galilei, « Sopra le scoperte dei dadi » In *Le opere di Galileo Galilei : edizione nazionale sotto gli auspicii di sua maestà il re d'Italia*. Vol. 8, Firenze : G. Barbera, 1898, p. 594

<https://gallica.bnf.fr/ark:/12148/bpt6k94907p/f599.item>