

œ Baccalauréat Grenoble juin 1946 œ

Série mathématiques

I.1^{er} sujet

Résoudre un triangle connaissant deux côtés et l'angle compris.

I. 2^e sujet

Plus grand commun diviseur de deux nombres entiers (une seule méthode est demandée).

I. 3^e sujet

On considère dans un plan deux cercles (O) et (O') de rayons $R = 4\text{cm}$, $R' = 2\text{cm}$. La distance des centres est $OO' = 9\text{cm}$.

Déterminer numériquement les positions des centres des inversions qui transforment (O) en (O') et les puissances de ces inversions.

II.

On donne sur une droite trois points A' , F, A dans cet ordre. On posera $A'F = d'$, $FA = d$ ($d' > d$).

En A et A' on élève les perpendiculaires D et D' sur AA' et l'on considère deux droites variables rectangulaires MM' et NN' se coupant en F et coupant respectivement O en M et N et O' en M' et N'.

1. Lieu du point d'intersection I des droites MN' et $M'N$ et du pied H de la perpendiculaire abaissée de F sur MN' .

Montrer que les droites MN' et $M'N$ enveloppent une même ellipse dont on précisera le cercle principal, les foyers et les directrices.

MN' et $M'N$ touchent respectivement leur enveloppe en P et P'. Montrer que PP' est perpendiculaire en F sur FI.

Trouver le lieu des sommets B et B' de l'axe non focal de cette ellipse lorsque, F et A restant fixes, d' croît de d à $+\infty$.

2. On pose $\widehat{AFM} = \alpha$. Calculer en fonction de d , d' , α les côtés et les tangentes des angles des triangles FMN' et FNM' .

En déduire la tangente de l'angle NIN' , la hauteur IK du triangle NIN' et l'aire S de ce triangle.

Montrer que cette aire est égale à celle du triangle MIM' . Quel est le minimum S_m de cette aire quand α varie, d et d' restant fixes?

3. Posant $d' = x$ et $S_m = y$ étudier les variations de la fonction y lorsque x croît de d à $+\infty$ et tracer la courbe représentative.

On coupe cette courbe par la droite $y = \frac{md^2}{2}$ qui coupe la courbe en R et R' et l'axe Oy en S; construire le lieu (F) du conjugué S' de S par rapport à R et R' lorsque m varie.

N. B. - Les questions 2. et 3. sont indépendantes de la question 1. et peuvent être traitées avant celle-ci.