Baccalauréat Grenoble juin 1949
Série mathématiques

I.– 1er sujet

Résoudre un triangle, connaissant deux côtés et l'angle opposé à l'un d'eux.
Discuter.
Retrouver par une construction graphique les résultats de la discussion.

I.– 2e sujet

Donner une méthode de résolution de l'équation $a\cos x + b\sin x = c$.
Discuter.
Appliquer cette méthode à la résolution de l'équation

$$\cos x + \sqrt{3}\sin x = \sqrt{2}.$$

I.– 3e sujet

Établir les formules donnant $\cos(a+b)$, $\cos(a-b)$, $\sin(a+b)$, $\sin(a-b)$ en fonction des cosinus et sinus des arcs a et b.
Les appliquer au calcul des fonctions circulaires de l'arc $\dfrac{5\pi}{12}$.

II.

On donne dans un plan un cercle (O) de centre O et de rayon R et l'on appelle cercle (ω) tout cercle qui coupe le cercle (O) en deux points M et M$'$ diamétralement opposés.

1. Montrer que tout cercle (ω) qui passe par un point P du plan passe également par un second point P$'$.

   Lieu de P$'$ lorsque P décrit une droite ne passant pas par O ou un cercle tangent au cercle (O).
2. On considère maintenant un axe Ox qui coupe (O) en A et un diamètre MM$'$ du cercle (O) défini par

$$\left(\overrightarrow{\mathrm{O}x},\ \overrightarrow{\mathrm{OM}}\right) = \theta \qquad \left(0 < \theta < \dfrac{\pi}{2}\right).$$

   Construire le cercle (ω) qui passe par M et M$'$ et qui est tangent à un cercle (O$'$) de même rayon R que le cercle (O) et tangent à celui-ci au point A.

   Montrer que le problème admet en général une solution.

   Cas d'exception.

   Montrer que lorsque θ varie les cercles (ω) ainsi construits restent tangents à un deuxième cercle fixe (O$''$) et que le lieu de leurs centres est une conique dont on indiquera les foyers, les sommets, et les directrices.

   Si le cercle (ω) touche (O) et (O$''$) en T et T$'$, quelles sont les enveloppes de TT$'$ et de la médiatrice de TT$'$?

3. Calculer en fonction de R et de θ les côtés et les angles du triangle $\omega\text{OO}'$ ainsi que le rayon ρ du cercle (ω).

Montrer que les résultats sont différents suivant que l'on a

$$0 < \theta < \frac{\pi}{6} \quad \text{ou} \quad \frac{\pi}{6} < \theta < \frac{\pi}{2}.$$

Étudier les variations de ρ lorsque θ varie de 0 à $\dfrac{\pi}{2}$ et tracer la courbe représentative.