∾ Baccalauréat - Grenoble juin 1951 ∾

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

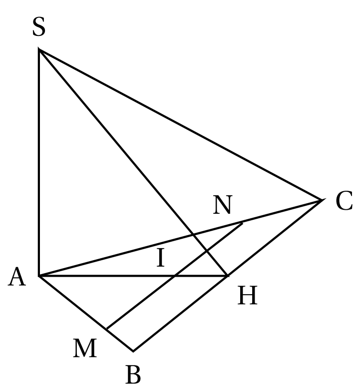
1er sujet
Recherche du plus-grand commun diviseur
de deux nombres par la méthode des divisions successives.
Application aux nombres 56 107 419 et 1 859 781.

2e sujet
Définition, détermination et propriétés du plus petit multiple commun de deux nombres.
Application : Trouver le p.p.m.c de 500 479 et 2 690 545.

3e sujet
Racine carrée à une unité près d'un nombre entier : définition et recherche.
Application au nombre 7 176 234.

II

On donne un tétraèdre SABC dont la face ABC est un triangle rectangle isocèle ($\widehat{\text{A}} = 90°$).
L'arête SA est perpendiculaire au plan ABC.
Soit H le milieu de BC ; on désigne par a la longueur SA et par α l'angle ASH. Par un point I du segment AH, on mène la parallèle à BC, elle coupe les droites AB et AC en M et N.
On désigne par θ l'angle $\widehat{\text{ASI}}$.



1. Calculer en fonction de a, α et θ la somme des aires des triangles SMN, SMB, SNC.

   Lorsque I parcourt le segment AH, cette somme est une fonction de θ qu'on désignera par y.

   Étudier le sens des variations de y. Deux cas sont possibles suivant la valeur de l'angle α. (On ne demande pas de courbes représentatives, ni même le calcul de y pour les valeurs particulières de θ)
2. On appelle P et Q les pieds des hauteurs du triangle SMN sur les côtés SM et SN.

   Montrer que P et Q sont les inverses de M et N dans l'inversion de pôle S et de puissance $\overline{\text{SA}}^2$.

   Prouver que les cercles (Γ) et $\left(\Gamma'\right)$ circonscrits aux triangles SPQ et APQ sont orthogonaux.

   Trouver, quand I décrit le segment AH, le lieu du point K où la droite PQ coupe le plan SAH.
3. Faire une figure plane représentant le plan SAH ; on dessinera dans ce plan le cercle (C) de diamètre SA et les traces Δ et Δ' des plans de (Γ) et $\left(\Gamma'\right)$.

   Montrer que Δ' est la polaire de I par rapport au cercle (C).

θ et θ' désignant les angles de Δ et Δ' avec la droite SA, prouver que le produit $\text{tg}\,\theta \cdot \text{tg}\,\theta'$ reste constant quand I parcourt le segment AH.

Utiliser la relation ainsi obtenue pour retrouver le lieu du point K défini dans la 2$^{\text{e}}$ partie.

N. B. - Les 2$^{\text{e}}$ et 3$^{\text{e}}$ parties du problème sont indépendantes de la 1$^{\text{re}}$.