

♣ Baccalauréat Grenoble septembre 1946 ♣

Série mathématiques

I. 1^{er} sujet

Équation de l'ellipse rapportée à ses axes.

I. 2^e sujet

Résolution d'un triangle dont on donne les trois côtés.

Discussion.

I. 3^e sujet

Plan polaire d'un point par rapport à une sphère.

Position par rapport à la sphère. Propriétés.

II.

Soient Ox et Oy deux axes rectangulaires :

$$\left(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{Oy}\right) = +\frac{\pi}{4}.$$

On considère le point fixe A de l'axe Ox tel que $\overline{OA} = 3a$ ($a > 0$) et un point *variable* B de la *demi-droite* Oy tel que $\widehat{OAB} = \theta$.

On désigne par (φ) le cercle lieu des points M du plan tels que $\frac{MA}{MB} = 2$ et par (H) l'hyperbole de *foyer* A qui admet (φ) pour cercle principal.

On obtient ainsi, lorsque B se déplace sur Oy , une famille de cercles (φ) et une famille d'hyperboles (H) associées à ces cercles.

1. Lieux géométriques des sommets et du centre ω de l'hyperbole (H) .

Lieu du second foyer.

Calculer, en fonction de θ , le rayon du cercle ω et la distance ωA .

Déterminer l'angle des asymptotes d'une hyperbole (H) .

2. Enveloppes des directrices des hyperboles (H) .

On dessinera avec soin ces enveloppes.

3. Quel doit être θ pour que l'hyperbole (H_0) correspondante ait une asymptote parallèle à Ox ?

Déterminer l'abscisse de l'intersection I de la directrice associée au foyer A et de l'axe Ox .

Montrer que Ox coupe (H_0) en un point E .

Déterminer $\frac{EA}{EI}$ et l'abscisse de E .

4. Soit T le point du cercle (φ) tel que $\left(\overrightarrow{\omega A}, \overrightarrow{\omega T}\right) = 60^\circ$.

Lieu de T

Enveloppe de l'asymptote de H qui passe par T .

5. Existe-t-il des hyperboles (H) tangentes à la droite $y = 8a$; à la droite $y = ka$ ($ka > 0$)?
Discuter suivant les valeurs de k .

N. B. - On rappelle que le cercle « principal » a son centre à l'intersection des asymptotes. Les candidats veilleront à ne pas le confondre avec les cercle directeurs.