

Série mathématiques et mathématiques et technique

I

1^{er} sujet

Intersection d'une parabole et d'une droite qui passe au foyer.

2^e sujet

Angle de deux plans parallèles à la ligne de terre.

3^e sujet

Reste de la division d'un polynôme par $(x - a)$.

Condition de divisibilité.

II

1. Étant donnés deux cercles égaux, construire les centres des rotations d'angle égal à un droit qui transforment un de ces cercles en l'autre.

Quel est le produit de deux de ces rotations de même sens mais de centres distincts?

2. Un point variable M décrit un cercle (m) de rayon R.

F étant un point fixe à une distance du centre d non égale à R, on construit le carré de sens direct FMSN. Montrer que les sommets N et S de ce carré, ainsi que son centre O, décrivent des cercles (n), (s), (o), dont on précisera les centres et les rayons.

Montrer que la diagonale MN enveloppe une conique (c) d'excentricité égale à $\frac{d}{R}$.

Quelle serait l'enveloppe de MN dans le cas particulier où F serait sur le cercle (m) ($d = R$)?

3. Revenant au cas général, la droite MN recoupe les cercles (m) et (n) respectivement en M' et N' .

Montrer que le carré de sens direct $F'N'S'M'$ qui admet $N'M'$ pour diagonale a son sommet F' fixe.

4. Soit M'' le transformé de M' dans le produit des deux rotations $(F', -90^\circ)$, $(F, -90^\circ)$.

Comparer l'aire du triangle $FM'N'$ et la puissance de F par rapport au cercle (m) évaluée sur la sécante FM'' .

En déduire le produit des distances de la droite MN aux deux points F et F' , et retrouver ainsi l'enveloppe (c) de cette droite.

5. Montrer que le point de contact T de MN avec son enveloppe est un centre d'homothétie pour les deux carrés FMSN, $F'N'S'M'$.

Construire les positions de M sur le cercle (m) pour lesquelles la droite MN est tangente à ce cercle.

Discuter la possibilité de cette construction selon les valeurs de l'excentricité de (c).

Lorsqu'elle est possible, construire le point T correspondant et en déduire que la courbe (c) est bi-tangente aux cercles (m) et (n) en des points situés sur le cercle de diamètre FF' .

N. B. - Le problème sera noté sur 20, la question de cours sur 10.

Il n'est pas indispensable d'avoir résolu la quatrième question du problème pour pouvoir traiter la cinquième.