Baccalauréat Istanbul septembre 1954
Série mathématiques

I.

1er sujet
Ensemble des diviseurs communs à deux nombres. P. G. C. D.; sa recherche par la méthode des divisions successives.
Quel est le P.G.C.D. de 1 954 et 321?

I.

2e sujet
Résoudre un triangle, connaissant les trois côtés. Discussion.

I.

3e sujet
Étudier les variations et tracer la courbe représentative de la fonction

$$y = \frac{x^2+4x-1}{x^2-3x+2}$$

II.

Préambule : construire un triangle ABC, connaissant son sommet A, son orthocentre H et le milieu de son côté BC.
Discussion : on montrera qu'il est nécessaire et suffisant que le milieu m de BC soit extérieur au cercle de diamètre AH (on désignera par F le milieu de AH).

Partie A.
Dans cette première partie on appelle (T) les triangles ABC pour lesquels la hauteur AA$'$ issue de A a une longueur égale au rayon R du cercle circonscrit.
On utilisera les notations usuelles A, B, C, a, b, c pour désigner les angles et les côtés.

1. Démontrer que les triangles (T) sont caractérisés par la relation

$$(1) \qquad \sin \mathrm{B} \cdot \sin \mathrm{C} = \frac{1}{2}.$$

2. On donne l'angle A d'un triangle (T); calculer ses angles B et C (on désignera par B le plus grand des angles autres que A).
   Discussion. Exemple numérique : A = 60°.
3. Dans un triangle (T) variable, le sommet A et l'orthocentre H sont fixes.
   Déterminer le lieu du milieu m de BC; en déduire le lieu du centre du cercle circonscrit, ainsi que l'enveloppe de ce cercle. (Appeler F le milieu de AH.)

Partie B.
On désigne maintenant par (K) les triangles pour lesquels AA$'$ = kR, k étant une constante arithmétique différente de 1, et R et AA$'$ ayant la même signification que dans la première partie.

1. Rechercher la relation analogue à (1) qui caractérise les triangles (K).
   En déduire que $k < 2$; interprétation géométrique.

2. Dans un triangle (K) variable, le sommet A et l'orthocentre H sont fixes.
Lieux du milieu de BC et du centre du cercle circonscrit.
À quelle ligne le cercle circonscrit reste-t-il tangent ? (On fera une figure correspondant à $k = \frac{3}{2}$.)