

∞ **Baccalauréat Istanbul septembre 1956** ∞
série mathématiques

I. 1^{er} sujet

Résoudre l'équation

$$3 \cos^2 x + 2\sqrt{3} \sin x \cos x + 5 \sin^2 x = 2.$$

I. 2^e sujet

Points conjugués par rapport à un cercle.

Polaire d'un point par rapport à un cercle.

I. 3^e sujet

Condition nécessaire et suffisante pour qu'une fraction irréductible soit égale à une fraction décimale.

Partie A

1. Lieu du foyer F, associé à la directrice (Δ), d'une conique dont on connaît deux points, M_1 et M_2 et la directrice (Δ).
2. Déterminer le foyer F d'une conique dont on connaît la directrice (Δ) associée à F et trois points, M_1, M_2, M_3 (on ne discutera pas).
Même question si l'on connaît (Δ), M_1, M_2 et la tangente au point M_2 .

Partie B

On considère toutes les ellipses (E) qui ont une directrice donnée (Δ) et un sommet donné S sur l'axe *non focal* (δ).

On nommera S' la projection de S sur (Δ), (γ) le cercle de diamètre SS' , (Γ) le cercle de centre S qui passe par S' .

1. Lieu du foyer F des ellipses (E).
2. Déterminer les ellipses (E) qui passent par un point donné M, et, par suite, par son symétrique M' par rapport à (δ).
Montrer que, si M est sur (Γ), le problème n'a qu'une solution, qu'il en a deux si M est intérieur à (Γ). (On pourra utiliser une inversion de pôle S.)
3. Montrer que, quand M décrit (Γ), F ne décrit qu'un arc de (γ).
En conclure que les ellipses (E) se partagent en deux groupes : les (E_1), qui ont avec (Γ) deux points communs, et les (E_2), qui n'ont avec (Γ) aucun point commun.
Entre quelles limites varient les excentricités des (E_1) et celles des (E_2) ?
4. Montrer que, par tout point M intérieur à (Γ), il passe au moins une ellipse du groupe (E_1).