Baccalauréat La Guyane juin 1948
Série mathématiques

Exercice 1 (au choix)

1$^{\text{er}}$ sujet

Définir la racine carrée arithmétique à $\dfrac{1}{10}$ près par défaut d'un nombre positif A, entier ou fractionnaire non carré parfait.
Justifier la règle permettant de la calculer.

2$^{\text{e}}$ sujet

Définition et propriétés du plus grand commun diviseur de deux nombres (on n'utilisera pas la décomposition en facteurs premiers).

3$^{\text{e}}$ sujet

Résoudre un triangle, connaissant deux côtés et l'angle opposé à l'un d'eux. Discuter.

Exercice 2

On considère dans un plan un point fixe O et une droite D. On désigne par d la distance de O à la droite D.
À tout point M de D on associe le cercle (M) de centre ω lieu des points K tels que $\dfrac{\text{KO}}{\text{KM}} = 2$.

1. Prouver que le lieu de ω lorsque M décrit D est une droite.
2. Déterminer les cercles (M) qui passent par un point donné A du plan.
   Discuter suivant la position de A dans le plan et indiquer le lieu des points A par lesquels passe un seul cercle (M).
3. La perpendiculaire à D menée par le point M coupe le cercle (M) en P et P$'$.
   Trouver le lieu géométrique H des points P et P$'$.
   Le comparer au lieu que A défini dans la deuxième question.
   Prouver que la courbe H et le cercle (M) sont tangents en P et P$'$.
   On *pourra* pour cela utiliser - en le démontrant au préalable - le fait que les quatre points O, P, P$'$, ω sont sur un même cercle.
4. Trouver, lorsque M décrit la droite D, le lieu des points de contact T et T$'$ des tangentes menées de O au cercle (M) ; trouver l'enveloppe de la droite TT$'$.
5. Soit (M$'$) le cercle de centre ω' inverse du cercle (M) dans l'inversion de centre O de puissance $2d^2$.
   Montrer que les cercles (M$'$) sont orthogonaux à un cercle fixe, que le rayon du cercle (M$'$) est égal à $\dfrac{\text{O}\omega'}{2}$, et déterminer le lieu de ω' lorsque M décrit D.