

♣ Baccalauréat La Réunion juin 1954 ♣

Série mathématiques

I.

1^{er} sujet

Résoudre et discuter l'équation $a \cos x + b \sin x = c$, en n'utilisant qu'une seule méthode.

I.

2^e sujet

Résoudre un triangle, connaissant les trois côtés.

I.

3^e sujet

Limite de $\frac{\sin x}{x}$ lorsque x tend vers 0.

Dérivée de $y = \sin x$. (L'arc x est supposé exprimé en radians.)

II.

On considère, dans un plan une droite D , un point O sur cette droite et deux autres droites, Δ et Δ' , passant par O . On suppose que les demi-droites $O\Delta$ et $O\Delta'$ situées d'un même côté de D font, avec la même demi-droite OD , les angles respectifs

$$\widehat{OD, O\Delta} = 30^\circ, \quad \widehat{OD, O\Delta'} = 45^\circ.$$

Sur $O\Delta'$ on prend le point P tel que $OP = a$.

1. Trouver sur Δ les points M équidistants du point P et de la droite D .

On posera $OM = x$ et l'on déterminera x .

M_1 et M_2 étant les points cherchés, montrer que PO est la bissectrice extérieure de l'angle en P du triangle PM_1M_2 .

I étant le point de rencontre de la bissectrice intérieure de cet angle avec le côté opposé, M_1M_2 , calculer OI en fonction de a .

2. Traiter le problème de la détermination des points M_1 et M_2 géométriquement, dans le cas général où les angles $OD, O\Delta$, et $OD, O\Delta'$ sont quelconques.

D et Δ étant seules données, trouver le lieu géométrique des points P tels que les points M_1 et M_2 soient confondus sur Δ' .

P et D étant seuls donnés, indiquer la construction des droites Δ telles que les points M_1 et M_2 qu'elles portent soient confondus.

3. Quel est le lieu géométrique des projections orthogonales du point P sur les droites Δ obtenues à la fin du paragraphe précédent.

On considère trois de ces droites :

$\Delta_1, \Delta_2, \Delta_3$; on suppose Δ_1 et Δ_2 fixes et Δ_3 variable; trouver, lors de cette variation, le lieu géométrique du centre du cercle circonscrit au triangle formé par ces trois droites.

4. Dédire du 3. que, lorsque Δ_1 et Δ_2 restent fixes, les points d'intersection, M' et M'' , de Δ_3 avec Δ_1 , et Δ_2 décrivent, sur Δ_1 , et Δ_2 , des divisions semblables; on entend par là que le segment déterminé par deux positions de M' sur Δ_1 est dans un rapport constant avec le segment déterminé par les positions homologues de M'' sur Δ_2 .
Quel est le point double, ou centre, de la similitude transformant M' en M'' ?
Que faut-il pour que les segments correspondants sur Δ_1 , et sur Δ_2 soient égaux?
Dédire du résultat obtenu que, si les tangentes à une parabole aux extrémités, A et B, d'une corde perpendiculaire à l'axe en I, se coupent en C, le sommet de la parabole est le milieu de IC.