∽ Baccalauréat Lausanne juin 1944 ∾

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1er sujet
Division d'une somme, d'un produit par un nombre. Restes de ces divisions.

2^{e} sujet
Recherche des diviseurs communs à deux nombres par la méthode des divisions successives.
Application : Calculer le plus grand commun diviseur des nombres 3 575 et 2 730.

3^{e} sujet
Traiter, indépendamment de la décomposition d'un nombre en facteurs premiers. la recherche des multiples communs à deux nombres.
Application : Calculer le plus petit commun multiple des nombres 84 et 30.

II

On donne un cercle de centre O et de rayon R.

1. On trace dans le plan du cercle deux axes rectangulaires $x'\text{O}x$, $y'\text{O}y$ et on prend sur $x'\text{O}x$ le point K d'abscisse $\dfrac{\text{R}}{2}$.
   On suppose d'autre part qu'un point M est mobile sur le cercle, ses coordonnées en fonction du temps t étant
   $$x = \text{R}\cos t, \quad y = \text{R}\sin t.$$
   On appelle S le point où la perpendiculaire menée de M à. la droite MK coupe $x'\text{O}x$.
   Calculer l'abscisse de S en fonction de R et de t.
   À quels instants le point S passe-t-il par un point A de $x'\text{O}x$ d'abscisse donnée a?
   Vérifier géométriquement le résultat de la discussion.
2. Soient v la vitesse de S et v_1 la vitesse au même instant de la projection de M sur $x'\text{O}x$.
   Déterminer les positions de M telles que l'on ait $v = -v_1$.
   Étudier les variations du rapport $\dfrac{v_1}{v}$ en fonction du temps et les représenter graphiquement quand t varie de 0 à π.
3. On suppose que le cercle est réalisé matériellement, que son plan est vertical et que $x'\text{O}x$ est horizontal.
   Le cercle étant maintenu fixe, on suppose d'autre part que M est un point matériel de poids donné qui glisse sans frottement le long du cercle à la manière d'un petit anneau, en restant soumis, en plus de son poids, à une force représentée par le vecteur $\overrightarrow{\text{MK}}$ (K est le point défini dans la première question).
   Déterminer géométriquement les positions d'équilibre de M.

4. Les conditions étant les mêmes que dans la question précédente, on suppose que le point M est soumis, en plus des forces qui agissaient sur lui, à une force représentée par le vecteur $\overrightarrow{\text{MO}}$.

Déterminer géométriquement les positions d'équilibre de M.