

## ♣ Baccalauréat Lausanne septembre 1946 ♣

### Série mathématiques

#### 1<sup>er</sup> sujet

Différence des puissances d'un point par rapport à deux cercles, en fonction de la distance des centres et de la distance du point à l'axe radical.

*Application* : Lieu des points dont la différence des puissances par rapport à deux cercles est constante.

#### 2<sup>e</sup> sujet

Tangentes à une ellipse passant par un point donné.

*Application* : Lieu des points d'où l'on peut mener deux tangentes rectangulaires à une ellipse.

#### 2<sup>e</sup> sujet

Construire les traces d'un plan défini par deux droites concourantes.

*Cas particulier* : le plan est défini par une horizontale et une frontale.

## II.

On considère la fonction

$$y = \frac{x}{\sqrt{3}} + \frac{\lambda\sqrt{3}}{x}$$

où  $x$  est la variable indépendante et  $\lambda$  un paramètre.

1. Étudier les variations de  $y$  et indiquer la forme de la courbe représentative  $(\mathcal{H}_\lambda)$ .  
Montrer l'existence d'une asymptote oblique.
2. Soient  $(\mathcal{H}_a)$  et  $(\mathcal{H}_b)$  les courbes représentatives correspondant aux valeurs  $a$  et  $b$  du paramètre  $\lambda$ .  
Montrer que, pour des valeurs convenablement choisies de  $a$  et  $b$ , les deux courbes sont homothétiques par rapport à l'origine  $O$  des coordonnées.
3. Une parallèle  $(\Delta)$  à  $Ox$  rencontre, sous certaines conditions,  $(\mathcal{H}_\lambda)$  en deux points  $M$  et  $M'$  et ses asymptotes en  $J$  et  $J'$ .  
Montrer que  $MM'$  et  $JJ'$  ont même milieu.  
Lieu de ce milieu quand  $(\Delta)$  varie.  
Lieu des points de contact des tangentes parallèles à  $Ox$ .
4. On considère un axe  $X'OX$  tel que  $(Ox, OX) = \frac{\pi}{3}$  et l'axe  $Y'OY$  perpendiculaire à  $X'OX$ .  
Soient  $M$  un point du plan et  $P$  sa projection sur  $X'OX$ . En projetant l'égalité vectorielle

$$\overrightarrow{OM} = \overrightarrow{OP} + \overrightarrow{PM}$$

sur  $Ox$  et  $Oy$ , établir les relations entre les coordonnées  $x, y$  de  $M$  par rapport à  $xOy$  et ses coordonnées par rapport à  $XOY$ .

En déduire que  $(\mathcal{H}_a)$  est une hyperbole dont on déterminera les sommets, les foyers et les directrices,