Durée : 4 heures

Baccalauréat C Liban juin 1969

BACCALAURÉAT LIBANAIS [1]

EXERCICE 1

1. Trouver l'équation d'une parabole dans le système d'axes formé par son axe de symétrie et sa tangente au sommet.
   Application : Déterminer le foyer et la directrice de la parabole d'équation

$$y = 2x^2 - 4x + 5.$$

2. Montrer que, si un nombre est premier avec deux autres, il est premier avec leur produit.

EXERCICE 2

1. Montrer que, si deux courbes, (C_1) et (C_2), se coupent, elles forment un angle égal à l'angle de leurs courbes inverses, $\left(C_1'\right)$ et $\left(C_2'\right)$, dans une inversion quelconque de centre O et de puissance k.
2. Montrer que tout nombre non premier admet au moins un diviseur premier et que la suite des nombres premiers est illimitée.

EXERCICE 3

1. Résoudre l'inéquation

$$\sin x + 2\cos x > 1.$$

2. Construire, en géométrie descriptive, la perpendiculaire menée d'un point donné, A, à un plan P défini par ses traces et trouver la vraie grandeur de la distance de A à P.

PROBLÈME

On considère, dans un système d'axes rectangulaires $x'\mathrm{O}x$, $y'\mathrm{O}y$, la parabole (P) d'équation $y^2 = 4x$. Soit (D) la directrice de (P), F son foyer et AB la corde focale de (P) qui est perpendiculaire à $x'\mathrm{O}x$. On désigne par M un point variable sur l'arc AOB de (P) et par H la projection orthogonale de M sur AB.

1. Le programme de ce baccalauréat et la nature des épreuves ne sont pas les mêmes que ceux du baccalauréat français

1. m désignant l'ordonnée de M, calculer en fonction de m les coordonnées, x et y, du point d'intersection de la tangente en M à (P) et de la perpendiculaire menée de O à cette tangente.

Montrer que ces coordonnées vérifient la relation

$$y^2 = \frac{-x^2}{x+1}.$$

Étudier les variations de la fonction $z = y^2$, lorsque x varie, et construire sa courbe représentative, (C).

2. **a.** Montrer que le cercle (M) de centre M et de rayon MH est tangent en un point N au cercle de diamètre AB.

b. En utilisant l'inversion (A, AB2), montrer que les cercles (M) sont orthogonaux à un cercle fixe (γ), que l'on déterminera.

Montrer que (γ) est bitangent à (P) en A et B.

c. Montrer que, lorsque M varie, la polaire de H par rapport à (γ) passe par un point fixe.

Trouver l'enveloppe de la polaire de N par rapport à (γ).

3. θ désignant l'angle NBA, calculer en fonction de θ l'expression FR + MH et déterminer les valeurs de θ pour lesquelles cette expression est égale à un nombre donné, ℓ.

Discuter suivant les valeurs de ℓ.

N. B. Les trois parties du problème sont indépendantes