

∞ Baccalauréat Liban et Syrie juin 1954 ∞

Série mathématiques et mathématiques et technique

I.

1<sup>er</sup> sujet

Résoudre un triangle, connaissant les côtés  $a$ ,  $b$  et l'angle A. On discutera seulement dans le cas de A obtus.

I.

2<sup>e</sup> sujet

Résoudre un triangle, connaissant les trois côtés.

I.

3<sup>e</sup> sujet

Résolution et discussion de l'équation

$$a \sin x + b \cos x = c.$$

Application :  $\sin x + \cos x = \sqrt{2}$ .

II.

On considère, sur un axe  $\overrightarrow{XX'}$ , un point O et deux points fixes B et C tels que  $\overline{OB} = a$ ,  $\overline{OC} = -a$ ,  $a$  étant une longueur donnée. Soit OL une demi-droite issue de O telle que  $(\overrightarrow{OX}, \overrightarrow{OL}) = \alpha$ , avec  $0 < \alpha < \pi$ .

1.  $M$  étant un point variable de OL situé à une distance  $x$  de O, évaluer en fonction de  $x$ ,  $a$  et  $\alpha$  le rapport  $y = \frac{\overline{MB}^2}{\overline{MC}^2}$  et étudier ses variations quand  $M$  décrit la demi-droite OL.

Dessiner le graphique de ces variations.

2.  $k$  étant un nombre positif donné, construire les points A de OL qui vérifient  $\frac{AB}{AC} = k$ .  
En supposant  $\alpha$  donné, entre quelles limites doit être donné  $k$  pour que le problème ait des solutions?

Contrôler les conclusions de cette discussion en se servant des résultats du 1.

3. Pour des valeurs convenablement choisies de  $\alpha$  et de  $k$ , la construction du 2. permet d'obtenir deux points A et A' répondant à la question.

On considère les deux triangles ABA' et ACA', dont on désigne les cercles circonscrits respectivement par  $(\Gamma)$  et  $(\Gamma')$ .

a. Montrer que le produit  $OA \times OA'$  est égal à  $a^2$ .

b. Lieux des centres de  $(\Gamma)$  et  $(\Gamma')$  quand l'une des données  $\alpha$  ou  $k$  est variable, l'autre restant constante.

4. On désigne par B' et C' les deuxièmes points d'intersection des cercles respectifs  $(\Gamma)$  et  $(\Gamma')$  avec le cercle de diamètre BC.

On désigne par P le point d'intersection de BB' et CC', par Q celui de BC et B'C', par R celui de BC' et CB'. Montrer que P est sur AA', que Q et R sont les centres d'homothétie faisant correspondre  $(\Gamma)$  et  $(\Gamma')$ .