Baccalauréat Liban[1] juin 1956
Série mathématiques et mathématiques et technique

I.

1er sujet
Variation de la fonction

$$y = \frac{x^2}{x^2+x+1}.$$

Construire la courbe.

I.

2e sujet
Intérêts composés.
Application : Quel capital faut-il placer pour obtenir une somme de 1 million de francs au bout de dix ans à 3 % ?

I.

3e sujet
Montrer qu'une droite D peut se représenter par une équation de la forme $ax+by+c=0$, x et y étant les coordonnées d'un point de la droite D.

II.

Soient un cercle (C), de centre O et de rayon R, et un point A tel que $\text{OA} = \text{R}\sqrt{2}$.
On considère la famille des cercles (γ) de centre M passant par A et tangents à (C) en φ.

1. Indiquer rapidement la construction d'un cercle (γ).
   Quel est le lieu de son centre M ?
   Préciser les éléments de ce lieu et le construire.
2. Soient $\left(\gamma_1\right)$ un cercle particulier de la famille, M_1 son centre, φ_1 son point de contact avec (C).
   Construire les cercles $\left(\gamma_2\right)$, $\left(M_2,\ \varphi_2\right)$, et $\left(\gamma_3\right)$, $\left(M_3,\ \varphi_3\right)$, orthogonaux à $\left(\gamma_1\right)$.
   Discuter.
3. Le cercle $\left(\gamma_1\right)$ coupe les cercles $\left(\gamma_2\right)$ et $\left(\gamma_3\right)$ en A, B et C.
   Quel est le lieu de B et C quand $\left(\gamma_1\right)$ prend toutes les positions possibles ?
   Préciser la position de ce lieu par rapport au lieu de M_1 trouvé à la première question.
4. Montrer que les droites M_1B et M_1C restent parallèles à deux directions fixes lorsque M_1 décrit son lieu.
5. On considère les points M_1, M_2, M_3 (sur la courbe lieu de M).
   Quelle est la disposition des droites AM_1, AM_2, AM_3 ?
   Montrer que les tangentes en M_2 et M_3 au lieu de M se coupent sur AM_1.

1. Rio de Janeiro novembre 1956