Baccalauréat Liban septembre 1964
mathématiques élémentaires [1]

EXERCICE 1

1er sujet. - Construire les tangentes issues d'un point donné à une parabole donnée. Discuter. (On supposera connues l'existence et les propriétés d'une tangente à une parabole en un point de celle-ci.)
Énoncer et établir les deux théorèmes de Poncelet relatifs à la parabole.

2e sujet. - Vecteur vitesse, à un instant donné, d'un mobile animé sur une courbe quelconque d'un mouvement défini par l'expression, $s = f(t)$ de son abscisse curviligne, s, en fonction du temps.

3e sujet. - Rotation d'un point, d'une droite, autour d'un axe vertical, en géométrie descriptive.
Application : Rendre frontale, par rotation autour d'un axe vertical donné, une droite de profil définie par ses traces.

EXERCICE 2

1. Étudier les variations de la fonction

$$y = \frac{x-3}{x^2-x-2}$$

et construire la courbe représentative, (C).

2. **a.** On considère l'équation (E) en x suivante :

$$hx^2-(h+1)x+3-2h = 0,$$

où h est un paramètre.
Étudier graphiquement suivant les valeurs de h l'existence des racines de (E) et leur position par rapport aux nombres -1, 0, 1, 2, 3, 5.

b. On considère maintenant l'équation (L) en t suivante :

$$h\cos 2t+2(h-1)\cos t+4-3h = 0$$

avec $0 < t < \pi$.
Montrer que l'équation (L) pourra se ramener à (E) en posant $\cos t = x-1$.
Étudier, suivant les valeurs de h et en se basant sur les résultats de a, le nombre de solutions de l'équation (L).
Résoudre (L) pour $h = 1$.

1. Le programme et la nature des épreuves ne sont pas exactement les mêmes que celles du baccalauréat français.

3. Soit (D) la droite d'équation $y = h$. En supposant que (D) rencontre (C) en deux points, M'et M'', on désignera par m' et m'' les projections respectives de ces points sur l'axe des x.
   a. Montrer qu'il existe un point A sur cet axe tel que le produit $\overline{\text{A}m'}\cdot\overline{\text{A}m''}$ soit constant quel que soit h.

   Établir que tout cercle passant par m' et m'' reste orthogonal à un cercle fixe, dont on précisera le centre et le rayon.

   b. P étant le point de rencontre de (D) avec l'axe des y, on désigne par Q le conjugué harmonique de P par rapport à M' et M''. Déterminer en fonction de h les coordonnées de Q.

   Trouver et construire le lieu de Q lorsque h varie. On délimitera ce lieu avec soin.

4. On considère la fraction

$$y = \frac{x-3}{(x-2)(x+1)},$$

   où x est maintenant un nombre entier positif.

   Pour quelles valeurs de x cette fraction est-elle réductible ; égale à un nombre entier ?

N. B. - Les questions 2, 3, 4 du problème sont indépendantes.