Baccalauréat Lille septembre 1948
série mathématiques

Exercice 1 (au choix)

1er sujet

Construire un cercle passant par deux points et tangent à un cercle donné.
Discuter.

2e sujet

Vraie grandeur des angles de deux plans donnés par leurs échelles de pente (Géométrie cotée).

3e sujet

Dérivée de la racine carrée d'une fonction ayant une dérivée.

Exercice 2

1. Soient dans un plan deux axes rectangulaires $x'\text{O}x$, $y'\text{O}y$ tels que l'angle orienté $(\text{O}x,\ \text{O}y) = \dfrac{\Pi}{2}$.
À un point variable m du plan, on associe le point μ symétrique de m par rapport à la première bissectrice puis le point m' symétrique de μ par rapport à $x'x$.
    a. Connaissant les coordonnées x ; y) de m, calculer les coordonnées du point μ puis celles du point m' que l'on désignera par $(X\ ;\ Y)$.
    b. Quand le point m varie, on passe de m à m' par un déplacement que l'on caractérisera.
    c. Au point $m(x\ ;\ y)$ on associe maintenant le point M de coordonnées $(X\ ;\ Y)$ définies par les formules :
$$(I) \qquad \left\{\begin{array}{l c l} X & = & 1+y\\ Y & = & 1-x.\end{array}\right.$$
    Montrer que cette transformation se ramène à une rotation, que l'on caractérisera par son centre ω et l'angle de rotation.
2. Le point m décrivant la première bissectrice, déterminer géométriquement le lieu du point M associé à m par les formules (I).
Démontrer que les cercles de diamètre mM ont même axe radical.
Quel est le lieu du milieu de mM ?
Quelle est l'enveloppe de la droite Mm ?
Construire le point de contact de cette enveloppe avec Mm.
Déterminer les intersections de cette enveloppe avec l'axe $x'\text{O}x$ et les tangentes à l'enveloppe en ces points.

3. Dans tout ce qui suit, on suppose qu'on associe au point m du plan de coordonnées $(x\ ;\ y)$ le point M du plan de coordonnées $(X\ ;\ Y)$ définies par les relations :

$$(II) \qquad \left\{\begin{array}{lcl} X & = & a + x\sin\theta + y\cos\theta \\ Y & = & a - x\cos\theta + y\sin\theta. \end{array}\right.$$

où a représente un nombre algébrique donné et θ un angle algébrique donné.

Calculer x et y en fonction des données et de X et Y.

Montrer que si $\sin\theta$ est différent de 1 la transformation admet un point double ω' de coordonnées $\left(x_0\ ;\ y_0\right)$, que l'on calculera en fonction de a et de θ.

On mettra en particulier sous forme calculable par logarithmes les différences $x_0 - \dfrac{a}{2}$ et $y_0 - \dfrac{a}{2}$.

4. **a.** Calculer en fonction de a la somme $x_0 + y_0$ et en fonction de $\text{tg}\,\dfrac{\theta}{2}$ le quotient $\dfrac{y_0}{x_0}$.

b. En déduire que le lieu de ω' quand θ varie, a restant fixe, est une droite D et que le lieu de ω' quand a varie, θ restant fixe, est une droite D$'$.

Calculer en fonction de θ l'angle orienté de $x'x$ avec la droite D$'$.

c. En s'appuyant sur ce qui précède, indiquer une construction géométrique du point ω', a et θ étant supposés connus.

d. Montrer que la transformation (1) est un cas particulier de la transformation (II) et retrouver la construction du point ω.

N. B. - Les **3.** et **4.** peuvent être traités indépendamment des **1.** et **2.**.