

## ☞ Baccalauréat C (oral) Lille juin 1968 ☞

### Exercice 1

Dans le plan complexe, déterminer l'ensemble des points  $M$ , d'affixe  $z$ , tels que,  $\bar{z}$  désignant le conjugué de  $z$ ,  $a$  un nombre complexe donné et  $\bar{a}$  le conjugué de  $a$ , l'on ait

$$(z - a)(\bar{z} - \bar{a}) = 4a\bar{a}.$$

### Exercice 2

Déterminer une limite supérieure de l'erreur commise en remplaçant  $\sin 30^\circ 02'$  par  $\sin 30^\circ$ ?

### Exercice 3

Quelle est la nature de la courbe d'équation

$$2x^2 + y^2 - 3x - 5 = 0?$$

---

### Exercice 1

On considère l'équation

$$z^2 + \lambda z + 1 = 0.$$

Quel est, dans le plan complexe, l'ensemble des images des racines de cette équation, lorsque  $\lambda$  varie?

### Exercice 2

Avec quelle approximation le nombre 1 est-il une valeur approchée de  $\sqrt{(1,001)^5}$ ?

### Exercice 3

1. Démontrer que l'équation

$$x^2 - 4y^2 - 2x - 8y + 3 = 0$$

est celle d'une hyperbole.

2. Quelle est l'équation de cette hyperbole rapportée à ses asymptotes?
-

**Exercice 1**

Linéariser  $\cos^5 x$ .

**Exercice 2**

Soit  $y$  et  $z$  deux fonctions de  $x$  telles que,  $y'$  et  $z'$  désignant leurs dérivées respectives, on ait

$$(1) \quad \begin{cases} y' + 4z &= 2e^{2x} \\ z' - y &= e^{2x} \end{cases}$$

1. Former une équation différentielle du second ordre en  $y$ .
2. Intégrer cette équation et en déduire la solution générale du système (1).

**Exercice 3**

Démontrer que l'équation

$$y = \frac{3x^2 + 4}{4x}$$

est celle d'une hyperbole.

---

**Exercice 1**

Calculer l'angle aigu  $x$  tel que

$$\cos x = \sqrt[4]{3} - 1.$$

**Exercice 2**

Déterminer la limite, quand  $x$  tend vers zéro, de l'expression

$$y = \frac{4(1 - \sqrt{\cos x})}{x^2}.$$

**Exercice 3**

Dans le plan complexe, étudier la transformation définie par

$$z' = (3 + 4i)z - 4 - 8i.$$

---

**Exercice 1**

Les lettres  $u$  et  $v$  désignant deux nombres réels appartenant à l'intervalle  $] - 1 ; +1[$ , à tout couple  $(u ; v)$  on associe le nombre  $w$  défini par

$$w = u \star v = \frac{u + v}{1 + uv}.$$

Démontrer que la loi notée  $\star$  est une loi de composition interne sur l'intervalle  $] - 1 ; +1[$  et qu'elle confère à cet intervalle une structure de groupe abélien.

**Exercice 2**

Déterminer la limite, quand  $x$  tend vers 1, de l'expression

$$y = (1 - x) \operatorname{tg} \frac{\pi x}{2}.$$

**Exercice 3**

Dans le plan complexe, étudier la transformation définie par

$$z' = -2iz + 5.$$


---

**Exercice 1**

Dans le plan complexe, déterminer par son équation l'ensemble des points  $M$  d'affixe  $z$  tels que,  $\bar{z}$  désignant le conjugué de  $z$ , on ait

$$z \cdot \bar{z} + 3(z + \bar{z}) = 7.$$

**Exercice 2**

1. Le plan étant rapporté à un repère orthonormé, déterminer les coordonnées du point P, intersection des deux courbes d'équations

$$y^2 = 2px \quad \text{et} \quad x^2 = 2qy.$$

2. Calculer l'aire,  $S$ , du domaine limité par ces deux courbes.
3. Déterminer l'ensemble des points P lorsque  $p$  et  $q$  varient de telle façon que l'aire  $S$  conserve une valeur positive donnée,  $k$ .

**Exercice 3**

On considère un triangle ABC rectangle en A; on désigne respectivement par  $a$ ,  $b$  et  $c$  les mesures de ses côtés BC, CA et AB.

Déterminer le barycentre des points A, B et C, affectés respectivement des coefficients  $a^2$ ,  $b^2$  et  $c^2$ ?

---

**Exercice 1**

Déterminer le nombre complexe  $z$  tel que

$$z \cdot \bar{z} + 3(z - \bar{z}) = 4 - 3i.$$

**Exercice 2**

Calculer l'intégrale indéfinie

$$I = \int \frac{4x - 5}{(x - 1)(x_2)} dx.$$

**Exercice 3**

Démontrer que l'équation

$$x^2 + y^2 - (2 - 3m)x - 2(m - 1)y - (5m + 11) = 0,$$

dans laquelle  $m$  désigne un paramètre, est l'équation d'une famille de cercles constituant un faisceau à points de base.

---

**Exercice 1**

Dans le plan complexe, déterminer l'ensemble des points  $M$ , d'affixe  $z$ , tels que les images des nombres  $1, z$  et  $1 + z^2$  soient alignées.

**Exercice 2**

Calculer l'aire du domaine compris entre les courbes d'équations

$$y = x^2 \quad \text{et} \quad y = x^2 - \frac{2}{x^2}$$

et les droites d'équations

$$x = 1 \quad \text{et} \quad x = b \quad (b > 1).$$

Quelle est la limite de cette aire quand  $b$  tend vers  $+\infty$ ?

**Exercice 3**

Démontrer que l'équation

$$x^2 + y^2 - 2(m - 1)x - 2(2m + 1)y + 7m + 12 = 0,$$

où  $m$  désigne un paramètre, est l'équation d'une famille de cercles constituant un faisceau à points de Poncelet.

---

**Exercice 1**

Étant donné un nombre complexe  $a$ , d'image  $A$ , construire l'ensemble des points  $M$ , images des nombres complexes  $z$  vérifiant la relation suivante :

$$z^2 - a^2 = \bar{z}^2 - \bar{a}^2.$$

**Exercice 2**

1. Appliquer le théorème des accroissements finis à la fonction

$$f(x) = \frac{1}{1-x}$$

entre 0 et  $b$  ( $0 < b < 1$ ).

2. La formule obtenue ci-dessus introduit un nombre  $\theta$  compris entre 0 et 1. Calculer  $\theta$  en fonction de  $b$ .

Déterminer la limite de  $\theta$  quand  $b$  tend vers zéro.

**Exercice 3**

On donne, dans le plan, quatre droites quelconques :  $Ox$  et  $Oy$ ,  $O'x'$  et  $O'y'$ .

Trouver un point ayant même polaire par rapport à  $Ox$  et  $Oy$  d'une part, à  $O'x'$  et  $O'y'$  d'autre part.

---

**Exercice 1**

Démontrer que,  $a$ ,  $b$  et  $c$  étant trois nombres quelconques appartenant à l'ensemble des entiers naturels, on a l'implication suivante :

$$a^3 + b^3 + c^3 = 0 \pmod{7} \rightarrow a.b.c = 0 \pmod{7}$$

**Exercice 2**

Étudier les variations de la fonction

$$y = e^{2x} - 2e^x.$$

**Exercice 3**

Dans le plan complexe, étudier la transformation définie par

$$z' = (1 + i\sqrt{3})z + 3 + i\sqrt{3}.$$

---

**Exercice 1**

Déterminer la base d'un système de numération dans lequel les nombres

$$\overline{123}, \overline{140}, \overline{156}$$

sont en progression arithmétique.

**Exercice 2**

Dans le plan complexe, étudier la transformation définie par

$$z' = iz + 1 + i.$$

**Exercice 3**

On considère la fonction- suivante :

$$y = -x^3 + x.$$

1. Construire le graphique, (C), de cette fonction.
  2. Calculer l'aire du domaine compris entre la courbe (C), l'axe des  $x$  et les droites d'équations  $x = 0$  et  $x = 1$ .
  3. Déterminer  $m$  de telle façon que la droite d'équation  $y = mx$  partage ce domaine en deux parties ayant des aires égales.
- 

**Exercice 1**

Dans la division du nombre  $a = 529\,565$  par un nombre entier  $b$ , les restes partiels successifs sont 246, 222 et 542.

Trouver  $b$  et le quotient de cette division.

**Exercice 2**

Étudier les variations de la fonction

$$y = x^2 e^{-x}.$$

**Exercice 3**

Dans le plan complexe, étudier la transformation définie par

$$z' = 2z + 1 - i.$$

---

**Exercice 1**

Soit  $q$  et  $r$  le quotient et le reste de la division d'un nombre entier  $a$  par un nombre entier  $b$ . Sachant que  $a + b + r = 3025$  et  $q = 50$ , rétablir la division.

**Exercice 2**

Étudier les variations de la fonction

$$y = e^{\frac{1}{x}}.$$

**Exercice 3**

Dans le plan complexe, étudier la transformation définie par

$$z' = -z + 2(1 - i).$$

---

**Exercice 1**

Soit  $N$  le nombre qui, dans le système décimal, s'écrit  $\frac{49}{84}$ .  
Écrire ce nombre dans le système binaire.

**Exercice 2**

La lettre  $a$  désignant un nombre réel positif et différent de 1, résoudre l'inéquation suivante :

$$\log_a x > \log_{a^3}(3x + 2).$$

**Exercice 3**

Dans le plan complexe, étudier la transformation définie par

$$z' = \frac{\sqrt{2}}{2}(1 + i)z.$$

---

**Exercice 1**

Démontrer que,  $\forall n \in \mathbb{N}^*$ , le nombre

$$A_n = 3 \times 5^{2n-1} + 2^{3n-2}$$

est divisible par 17.

**Exercice 2**

La lettre  $n$  désignant un nombre tel que  $n \in \mathbb{N}^*$ , déterminer la limite, quand  $n$  tend vers  $+\infty$ , de

$$u_n = \sqrt[n]{\text{Log } n}.$$

**Exercice 3**

Dans le plan complexe, étudier la transformation définie par

$$z' = (1 + i)z.$$

**Exercice 1**

1. Factoriser le trinôme bicarré

$$z^4 - 2\varphi z^2 + 1.$$

2. Résoudre, dans le corps,  $\mathbb{C}$ , des nombres complexes, l'équation suivante :

$$z^4 - 2 \cos \varphi z^2 + 1 = 0,$$

où  $-\pi \leq \varphi \leq +\pi$ .

**Exercice 2**

Déterminer la limite, quand  $x$  tend vers zéro, de

$$\frac{\text{Log}(1+x)}{x}$$

**Exercice 3**

Étant donné, dans l'espace, quatre points quelconques, A, B, C et D, déterminer l'ensemble des points  $M$  tels que

$$\left(\overrightarrow{MA} + 2\overrightarrow{MB} + 3\overrightarrow{MC}\right) \cdot \left(\overrightarrow{MD} + \overrightarrow{MA}\right) = 0.$$

**Exercice 1**

Étant donné un nombre complexe  $a$ , d'image  $A$ , déterminer le nombre complexe  $z$  de telle façon que les images des nombres

$$az^2, \quad a^2z \quad \text{et} \quad z^3$$

soient les sommets d'un triangle équilatéral.

**Exercice 2**

Calculer l'intégrale indéfinie

$$I = \int x^2 \sin x \, dx.$$

**Exercice 3**

Quelle est la nature de la courbe d'équation

$$y^2 = 3x^2 - 2x + 1?$$

---

**Exercice 1**

Déterminer le nombre complexe  $z$  de telle façon que les images des nombres

$$i, \quad z \quad \text{et} \quad iz$$

soient les sommets d'un triangle équilatéral.

**Exercice 2**

Calculer l'intégrale définie

$$I = \int_2^{+\infty} \frac{1}{x^2 - 1} \, dx$$

**Exercice 3**

Dans le plan rapporté à un repère cartésien,  $x'Ox$ ,  $y'Oy$ , déterminer la nature de la transformation définie par

$$\begin{cases} x' &= 4x - 3y, \\ y' &= 3x + 4y. \end{cases}$$

---

**Exercice 1**

On considère l'équation suivante :

$$(1) \quad z^2(2 + i\omega)z + i\omega + 2 - \omega = 0,$$

dans laquelle  $\omega$  désigne un nombre donné, réel ou complexe.

Montrer qu'il existe une valeur de  $\omega$  pour laquelle l'équation (1) admet deux racines complexes conjuguées. Calculer alors ces racines.

**Exercice 2**

Calculer l'intégrale indéfinie

$$I = \int x \sin x \, dx.$$

**Exercice 3**

Étant donné une droite fixe, (D), et un point fixe, F, non situé sur cette droite, déterminer l'ensemble des centres des cercles tangents à (D) et vus, du point F, sous un angle de  $90^\circ$ ?

**Exercice 1**

Dans le système décimal, un nombre  $N$  s'écrit ainsi :

$$\overline{1x1yxy}.$$

Déterminer les chiffres  $x$  et  $y$  de telle façon que ce nombre soit divisible par 63.

**Exercice 2**

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} x^y = y^x, \\ x^3 = y^2. \end{cases}$$

**Exercice 3**

Dans le plan complexe, étudier la transformation définie par

$$z' = \frac{1}{2}(1 + i\sqrt{3})z.$$

**Exercice 1**

Calculer la somme des diviseurs du nombre 3600.

**Exercice 2**

Résoudre le système suivant :

$$\begin{cases} 7(\log_x y + \log_y x) = 50, \\ xy = 256. \end{cases}$$

**Exercice 3**

Dans le plan complexe, étudier la transformation définie par

$$z' = -iz + 1.$$

---