

Durée : 4 heures

☞ Baccalauréat C Lyon juin 1969 ☞

EXERCICE 1

1. Étudier les variations de la fonction f de la variable réelle x définie par

$$x \mapsto f(x) = \frac{1}{2x^2} - \frac{1}{2x}.$$

Tracer son graphe, (C) , dans un repère orthonormé.

2. Calculer, en fonction de a , l'aire du domaine compris entre l'axe des abscisses, la courbe (C) et les deux droites ayant pour équations $x = \frac{1}{2}$ et $x = a$ ($a > 0$).

Cette aire a-t-elle une limite finie lorsque a tend vers 0 et lorsque a tend vers l'infini?

EXERCICE 2

Résoudre l'équation

$$z^3 = -\sqrt{2} + i\sqrt{6},$$

z désignant un nombre complexe.

(On donnera les valeurs approchées des parties réelles et des parties imaginaires des solutions à 0,01 près.)

PROBLÈME

On considère les coniques (C_a) ayant pour équation, dans un repère orthonormé xOy ,

$$y^2 = ax^2 + 2x - 1,$$

où a est un paramètre réel supérieur ou égal à -1 .

1. Indiquer, suivant les valeurs de a , la nature de la conique (C_a) . Préciser le centre éventuel, le ou les foyers, le ou les sommets et les asymptotes éventuelles.
2. On s'intéresse à toutes celles des coniques (C_a) qui sont des ellipses. Quel est l'ensemble des sommets de leurs petits axes?
3. On s'intéresse à toutes celles des coniques (C_a) qui sont des hyperboles. Démontrer que les tangentes à la parabole ayant pour équation $y^2 = 4x$, autres que la tangente au sommet, forment le même ensemble que toutes les asymptotes de ces hyperboles.
4. Toutes les coniques (C_a) ont un foyer fixe, F.

En désignant par M un point quelconque d'une de ces coniques (C_a) et par θ l'angle $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{FM})$, calculer la longueur $r = FM$ en fonction de a et de θ .

N. B. - On tiendra compte de la rédaction et de la présentation.