Baccalauréat Lyon juin 1944

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1er sujet
Dérivées des fonctions circulaires $\sin x$, $\cos x$, $\text{tg}x$, $\text{cotg}x$.

2e sujet
Résolution d'un triangle dont on donne les trois côtés.
Application :

$$a = 7,432; \quad b = 11,228; \quad c = 15,403.$$

3e sujet

II

Soient C et C′ deux circonférences de centres respectifs O et O′ et de rayons respectifs R et R′ (R > R′) tangentes extérieurement au point I.
On désigne par P et P′ les points de rencontre de la tangente commune intérieure IH avec les deux tangentes communes extérieures.
D'un point quelconque M de la tangente commune intérieure IH on mène les tangentes MT et MT′ autres que MI aux deux circonférences C et C′, T et T′ étant les points de contact respectifs de ces tangentes. On trace les droites OT et OT′ qui se coupent au point N.

1. Montrer que $\text{MT} = \text{MT}'$, $\text{NT} = \text{NT}'$.
2. Montrer que le lieu du point N lorsque M varie sur IH est une hyperbole admettant de la tangente commune IH où doit se trouver le point M pour que le point N appartienne à la branche d'hyperbole la plus rapprochée du foyer O′.
3. Posant $\widehat{\text{T}'\text{MT}} = 2\varphi$, $\text{IM} = y$, calculer, en fonction de R, R′ et y, $\text{tg}\,\varphi$ ainsi que les deux côtés ON et O′N du triangle ONO′.
4. Désignant par O, O′, N les trois angles du triangle ONO′, calculer en fonction de y, de R et de R′, $\text{tg}\,\dfrac{\text{O}}{2}$, $\text{tg}\,\dfrac{\text{O}'}{2}$ et $\text{tg}\,\dfrac{\text{N}}{2}$ ainsi que le rayon du cercle inscrit et le rayon du cercle exinscrit dans l'angle N.

N. B. - Pour résoudre les deux dernières parties du problème. on distinguera deux cas :

1. M est un point de la tangente commune IH extérieur au segment PP′ ;
2. M est un point du segment PP′.