Baccalauréat - Lyon juin 1951

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1er sujet
Progressions géométriques : définition, calcul du terme de rang n, connaissant le premier terme et la raison.
Somme des n premiers termes ; limite, quand elle existe, de cette somme quand n augmente indéfiniment.

2e sujet
Progressions arithmétiques : définition, calcul du terme de rang n, connaissant le premier terme et la raison.
Somme des n premiers termes ; application à la somme des n premiers nombres impairs.

3e sujet
Définition de la dérivée ; recherche, à partir de la définition, de la dérivée de la fonction

$$y = \sqrt{2x^2 - 7x + 3}.$$

II
On considère un cercle (C) de centre O, de rayon $\text{R} = 2a\sqrt{2}$, un point fixe A tel que $\text{OA} = 4a$, le point B situé sur la demi-droite OA tel que $\text{OB} = 2a$; puis les cercles (γ), dont les centres ω sont situés sur le cercle (C) et qui sont vus de A sous l'angle $\dfrac{\pi}{3}$.

1. Construire avec précision le cercle (C) et un cercle (γ).

   Démontrer que tous les cercles (γ) sont vus du point B sous un angle constant que l'on calculera.

   Lieux des points de contact des tangentes menées de A aux cercles (γ).

   Enveloppes des rayons de ces cercles qui passent aux points de contact ?

2. On élève la perpendiculaire à Aω en A ; elle coupe en T la tangente ωT en ω au cercle (C). Le cercle (Γ) de diamètre ωT coupe le cercle (γ) de centre ω en deux points M et M$'$.

   Démontrer que la droite MM$'$ passe par un point fixe I de OA et que les cercles $(gamma)$ coupent orthogonalement un cercle fixe de centre I.

   (On pourra établir au préalable que les projections de ωA et ωM sur ωT sont dans un rapport constant.)

3. On considère deux cercles (γ) et (γ') dont les centres (ω), ω' sont alignés avec A.

   Démontrer que (γ) et (γ') sont homologues dans une inversion de centre A et de puissance constante, que l'on calculera, et que B et I sont homologues dans cette inversion.