

œ Baccalauréat Lyon mathématiques œ

octobre 1944

1. On donne dans un plan un cercle (O) et un point extérieur F, et on suppose le rayon du cercle donné par la relation

$$R = \frac{OF}{e}$$

où  $e$  est un nombre qui conservera une valeur invariable dans tout le problème.

Soit G l'inverse de F par rapport au cercle (O). La droite FG rencontre le cercle en un point I situé entre F et G.

Montrer que

$$\frac{\overline{IF}}{\overline{IG}} = -e$$

et que le cercle (O) est le lieu des points dont le rapport des distances à F et G est égal à  $e$ .

2. On imagine que le point F reste fixe, tandis que le centre du cercle (O) décrit une droite fixe D.  
Trouver le lieu du point G et l'enveloppe de la polaire de F par rapport au cercle (O).
3. La perpendiculaire à la droite D menée par G rencontre le cercle (O) en M et M'.  
Montrer que le lieu de ces points est une conique  $\Gamma$  dont l'un des foyers est en F.  
Indiquer la directrice correspondante et l'excentricité.
4. Prouver que le cercle (O) reste tangent en M et M' à la conique  $\Gamma$ .