

∞ Baccalauréat Lyon septembre 1950 ∞

Série mathématiques

I

1^{er} sujet

Primitives d'une fonction : définition; relation entre deux primitives d'une même fonction (on admettra le théorème concernant une fonction dont la dérivée est constamment nulle : primitive d'une somme; primitive du produit d'une fonction par une constante.

Application : Quelles sont les primitives de la fonction Ax^n , où A est une constante et n un nombre entier positif?

2^e sujet

Résoudre et discuter l'équation $\sin x = m$

(x est l'inconnue, m est un paramètre).

Application : Discuter l'équation d'inconnue x et de paramètre a).

$$a \sin^2 x + (2a - 1) \sin x - 3a - 1 = 0$$

et la résoudre dans le cas particulier où $a = -\frac{6}{7}$.

3^e sujet

Dérivées de $\sin x$, de $\cos x$, de $\operatorname{tg} x$.

(On considérera comme établie la continuité de ces fonctions partout où elles

(sont définies, et le théorème classique relatif au rapport $\frac{x}{\sin x}$.)

Application : Calculer, à un millièmè près, la valeur de la dérivée, par rapport à la variable x exprimée en grades, et pour $x = 50$ grades, de la fonction $\sin x$.

II

Soient deux axes de coordonnées rectangulaires $x'Ox$, $y'Oy$, et la parabole P d'équation

$$y^2 = 2px \quad (p \text{ est positif}).$$

Un point M , mobile sur cette parabole, est tel que sa projection orthogonale K sur $\overrightarrow{y'y}$ est animée, sur cet axe, d'un mouvement uniforme de vitesse positive a et passe en O à la date $t = 0$.

On appellera \overrightarrow{MR} le vecteur vitesse du point M , et \overrightarrow{MS} son vecteur accélération.

1. Calculer en fonction du temps t les coordonnées x et y de M ; les composantes sur les axes des vecteurs \overrightarrow{MR} et \overrightarrow{MS} .
2. Trouver l'hodographe du mouvement.
Trouver le lieu du point S .
3. Calculer les coordonnées X et Y du point R .
Par quelle transformation ponctuelle passe-t-on de la parabole P au lieu de R ?
4. Soient O le sommet et F le foyer de la parabole P . Soient M et M' deux points de P , K et K' leurs projections orthogonales sur la tangente au sommet $y'y$. Soit R l'intersection de la droite $M'K'$ et de la tangente en M à P . Démontrer la relation

$$4\overline{RM'} \cdot \overline{OF} = \overline{KK'}^2.$$

En déduire le lieu géométrique de R quand, M décrivant la parabole P , la distance KK' reste égale à une longueur constante a .

N. B. - Le 4. propose une démonstration géométrique directe de la propriété trouvée auparavant; il peut être abordé indépendamment des questions précédentes.