∽ Baccalauréat C (oral) Lyon juin 1968 ∾

Exercice 1

Étudier et représenter graphiquement la fonction

$$y = (1 - x)\mathrm{e}^x.$$

Exercice 2

On considère, dans le plan orienté, un triangle équilatéral ABC, de côté $2a$, et le cercle (Ω), de centre ω, circonscrit à ce triangle. Deux droites, D et Δ, passant par le sommet C, pivotent autour de ce point de telle façon que l'on ait constamment $(D,\ \Delta) = +\dfrac{\pi}{3}$; soit M et P les points où elles coupent respectivement la droite AB, M$'$ et P$'$ les points où elles recoupent respectivement le cercle (Ω).

1. Déterminer l'enveloppe, (E), de la droite M$'$P$'$.
2. On effectue l'inversion de pôle C qui échange le cercle (Ω) et la droite AB.
   Déterminer l'inverse de (E) et l'inverse du cercle (Γ) circonscrit au triangle CMP.
   Quel est l'ensemble des positions du centre du cercle (Γ) ?

Les questions posées à un même candidat sont comprises entre deux traits.

Exercice 1

On considère, dans le plan orienté, une droite fixe, (D), et, sur cette droite, un point fixe, O. Soit α la mesure (mod. 2π) d'un angle orienté donné. On désigne par $\mathscr{S}$ la symétrie par rapport à (D) et par $\mathscr{R}$ la rotation de centre O et d'angle α.
Étudier les deux transformations

$$\mathscr{R} \circ \mathscr{S} \quad \text{et} \quad \mathscr{S} \circ \mathscr{R}.$$

Exercice 2

Résoudre l'équation

$$z^2 = 10 - 4\mathrm{i}\sqrt{6}.$$

Exercice 3

Soit la fonction g définie de la façon suivante :

$$\left\{\begin{array}{lcll} g(x) & = & \dfrac{|(x-1)(2x+1)|}{(x-1)\left(x^2+x+1\right)} & \text{pour } x \neq 1,\\ g(x) & = & 1 & \text{pour } x = 1.\end{array}\right.$$

1. La fonction g est-elle continue pour $x = 1$?
2. Est-elle continue pour $x = -\dfrac{1}{2}$?
3. Est-elle dérivable pour $x = -\dfrac{1}{2}$?

Les questions posées à un même candidat sont comprises entre deux traits.

Exercice 1

Déterminer la nature et les éléments usuels de la courbe d'équation

$$y = \sqrt{x^2 + 4x - 4}.$$

Exercice 2

1. Comment faut-il choisir l'entier naturel n pour que le nombre $A = 2n - 1$ soit divisible par 9 ?
2. Montrer que, si cette condition est réalisée, le nombre A est divisible par 7.
   Quel est le reste de la division de A par 21 ?

Exercice 1

Le plan étant rapporté à un repère orthonormé, $x'\text{O}x$, $y'\text{O}y$, on considère le cercle (O), de centre O et de rayon 4, et le cercle (C) ayant pour centre le point C(+3 ; 0) et pour rayon 2. Ces deux cercles ont deux points communs, A et B ; on désigne par I le milieu de OC et par K le milieu de AB.

1. Sans utiliser les équations des deux cercles, calculer $\overline{\text{IK}}$.
2. Former l'équation de chacun des deux cercles ; calculer les coordonnées des points A et B et vérifier la valeur de $\overline{\text{IK}}$ obtenue au 1 ?

Exercice 2

On donne, dans le plan, deux points, F$'$ et C, et l'on considère l'ellipse variable (E) dont F$'$ est un foyer, qui passe par le point C et dont le grand axe a une longueur donnée, $2a$. On pose $\text{F}'\text{C} = \lambda a$ $(0 < \lambda < 2)$.
Déterminer l'ensemble des positions du deuxième foyer, F, de l'ellipse (E).

Exercice 1

Calculer

$$\frac{7}{16}\mathrm{Log}\left(3+2\sqrt{2}\right)-4\mathrm{Log}\left(\sqrt{2}+1\right)-\frac{25}{8}\mathrm{Log}\left(\sqrt{2}-1\right).$$

Exercice 2

Le plan étant rapporté à un repère orthonormé, $x'\mathrm{O}x$, $y'\mathrm{O}y$, on désigne par (E) l'ensemble des points de ce plan non situés sur les axes de coordonnées. Dans l'ensemble (E) on considère la transformation ponctuelle (T_1) qui, au point m, de coordonnées x et y, fait correspondre le point M, de coordonnées

$$X = x \quad \text{et} \quad Y = \frac{1}{y}.$$

1. Montrer que cette transformation réalise une application bijective et involutive de l'ensemble (E) sur lui-même.

2. Déterminer les points doubles de la transformation (T_1).