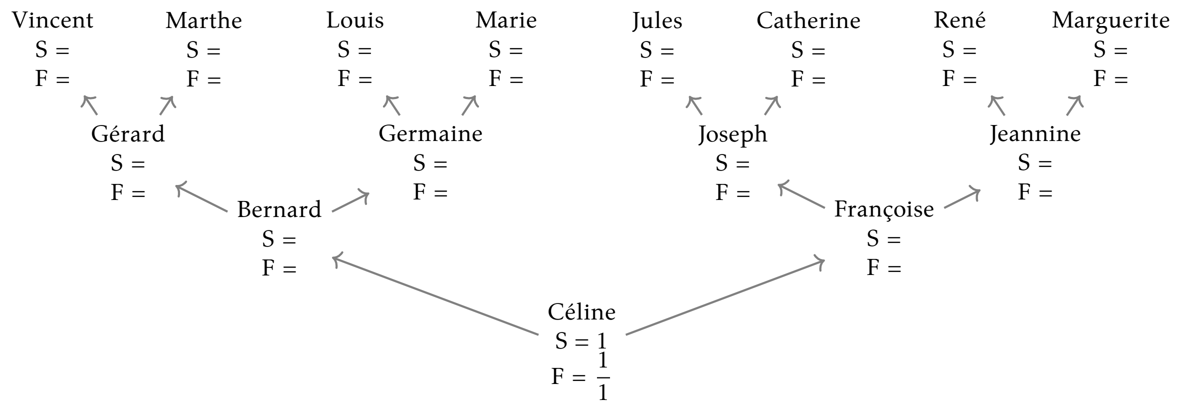
Exercice 1. Arbre généalogique d'ascendance

Un arbre généalogique d'ascendance est caractérisé par sa racine (ici Céline), et contient les ancêtres directs de cette personne, c'est-à-dire ses parents Bernard et Françoise, puis les parents de ceux-ci et ainsi de suite. Ce tableau est supposé comporter au moins dix-mille personnes, ce qui correspond à plus de treize générations. On suppose de plus que toutes les personnes de l'arbre sont différentes, ce qui n'est pas toujours le cas.



Q1 : Numéro de Sosa.

Chaque individu de l'arbre est repéré par un numéro, appelé numéro de Sosa, défini de la manière suivante : Le numéro 1 est attribué à la racine de l'arbre. D'autre part si a est le numéro de Sosa attribué à une certaine personne, 2a est le numéro attribué à son père et 2a+1 est celui attribué à sa mère.

(a) Compléter les numéros de Sosa (S) manquants de l'arbre.

(b) Quel est le sexe de la personne portant le numéro de Sosa 2024 ?

(c) Quel est le Sosa du premier descendant commun aux personnes de Sosa 2023 et 2024 ?

Q2 : Si l'on part de Céline pour remonter jusqu'à Marie, on rejoint d'abord son père, puis la mère de celui-ci et enfin la mère de cette dernière. Ce trajet est noté pmm

$$\text{Céline} \xrightarrow{\text{p}} \text{Bernard} \xrightarrow{\text{m}} \text{Germaine} \xrightarrow{\text{m}} \text{Marie}$$

(a) Une personne correspond au trajet pmpmpmm. Quel est son sexe ? Justifier. Quel est son numéro de Sosa ?

(b) Quel est le trajet correspondant à la personne portant le numéro de Sosa 2024 ?

Q3 : Notation fractionnaire.

Voici une nouvelle façon de repérer les individus dans l'arbre.

La fraction attribuée à la racine de l'arbre est $\frac{1}{1} = 1$. Si $\frac{p}{q}$ est la fraction irréductible correspondant à l'individu X alors son père est représenté par la fraction $\frac{p}{p+q}$ et sa mère par $\frac{p+q}{q}$.

On admet que ces deux fractions sont elles aussi irréductibles et donc que toutes les fractions utilisées dans le tableau sont irréductibles.

(a) Compléter les fractions manquantes sur l'arbre.

(b) Montrer que la fraction $\frac{41}{15}$ correspond à un individu de l'arbre dont on donnera le numéro de Sosa.

(c) Justifier que toute fraction irréductible $\frac{u}{v}$ correspond à un individu et un seul de l'arbre.

(d) Quelle fraction correspond à l'individu portant le numéro de Sosa 2024 ?

(e) n étant un entier naturel, quelle fraction correspond à l'individu portant le numéro de Sosa 2^n ?

Dans la suite du problème, on considère la suite (u_n) définie par : u_n est la fraction correspondant à la personne dont le numéro de Sosa est n. Par exemple $u_5 = \frac{3}{2}$.

Pour tout réel x, on note $\lfloor x \rfloor$, l'entier immédiatement inférieur ou égal à x.

Par exemple : $\lfloor \pi \rfloor = 3$, $\left\lfloor \frac{4}{3} \right\rfloor = 1$ et $\lfloor 5 \rfloor = 5$

Q4 : On suppose que n est pair. Montrer que $u_{n+1} = \dfrac{1}{1-u_n}$

Q5 : On suppose que n est impair et que la personne dont le numéro de Sosa est n n'est pas en bout de ligne.
Soit $u_k = \dfrac{r}{s}$ la fraction correspondant au premier descendant commun aux personnes de numéros de Sosa n et $n+1$.
On note $y+1$ le nombre d'étapes nécessaires pour joindre les personnes de numéros de Sosa n et k.

(a) Justifier que le trajet de la personne de Sosa k à la personne de Sosa n est p suivi de y fois m.

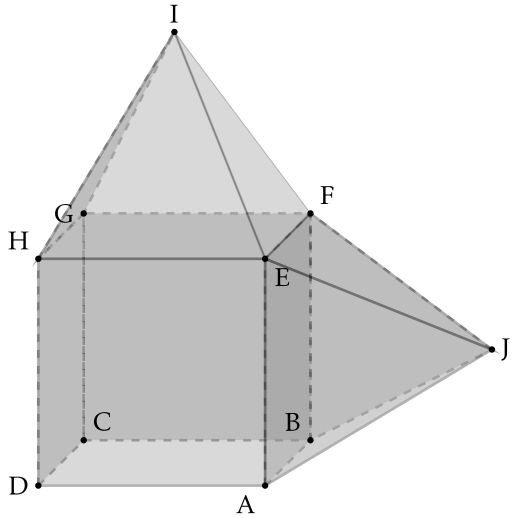
(b) Montrer que $u_n = y + \dfrac{r}{r+s}$ et en déduire que $\lfloor u_n \rfloor = y$.

(c) Exprimer u_{n+1} en fonction de y, r et s.

Q6 : En déduire que pour tout entier n, $u_{n+1} = \dfrac{1}{2\lfloor u_n \rfloor + 1 - u_n}$

Exercice 2. Polyèdres

Un *polyèdre* est un solide de l'espace dont toutes les faces sont des polygones. Les côtés de ces polygones sont appelés *arêtes*, les extrémités des arêtes sont appelées *sommets*.
Le polyèdre est dit *convexe* si et seulement si tout segment joignant 2 sommets quelconques est contenu dans le polyèdre.

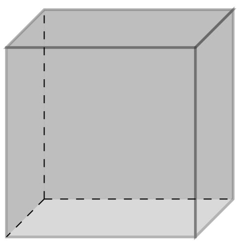


Le polyèdre ci-contre, formé à partir d'un cube et de deux pyramides à base carrée, n'est pas convexe car le segment [IJ] n'est pas contenu dans le polyèdre.
On peut vérifier qu'il comporte 12 faces, 10 sommets et 20 arêtes.
Le mathématicien Euler (1707-1783) a établi que pour tout polyèdre convexe, si l'on désigne par f, s et a les nombres respectifs de faces, sommets et arêtes de ce polyèdre alors

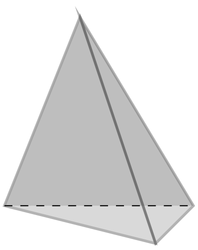
$$f + s = a + 2$$

On admettra ce résultat, tout en remarquant que le polyèdre précédent, quoique non convexe, vérifie toutefois la formule.

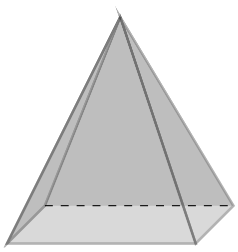
Partie 1



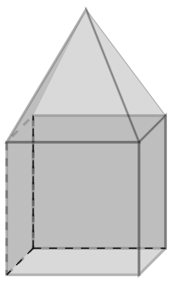
Solide 1



Solide 2



Solide 3



Solide 4

Compléter le tableau concernant les 4 polyèdres convexes représentés ci-dessus et vérifier la formule d'Euler pour chacun d'eux.

	Solide 1	Solide 2	Solide 3	Solide 4
f				
s				
a				

Partie 2

Q1 : On désigne par D_3 l'ensemble des polyèdres tels que de chaque sommet sont issues 3 arêtes.

(a) Parmi les 4 solides précédents, lesquels appartiennent à D_3 ?

(**b**) Justifier que pour n'importe quel polyèdre convexe de D_3 on a $2a = 3s$.

(**c**) En déduire que $s = 2f - 4$ et que $a = 3f - 6$.

Q2 : On admet qu'il existe un polyèdre convexe dont toutes les faces sont des pentagones réguliers (5 côtés de même longueur et 5 angles de même mesure).

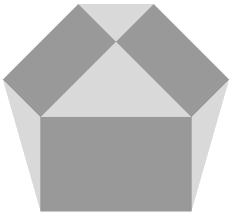
(**a**) Justifier que ce polyèdre appartient à D_3.

(**b**) Trouver une relation entre s et f.

(**c**) Déterminer le triplet (f, s, a).

Q3 : Démontrer qu'il n'existe aucun polyèdre convexe dont toutes les faces sont des hexagones réguliers (6 côtés de même longueur et 6 angles de même mesure).

Partie 3



Le polyèdre représenté ci-contre a pour nom cuboctaèdre.
Ses faces sont soit des carrés soit des triangles équilatéraux.
Chaque carré est entouré par 4 triangles équilatéraux, chaque triangle équilatéral est entouré par 3 carrés.

Q1 : Combien d'arêtes sont issues de chaque sommet ? en déduire une relation entre a et s.

Q2 : Sachant que le cuboctaèdre a 6 faces carrées, combien a-t-il de faces triangulaires ?

Q3 : Si la longueur en cm d'une arête est égale à x, déterminer l'aire de ce solide en fonction de x.

Q4 : Construire un patron du cuboctaèdre en prenant $x = 2$.

Q5 : Le cuboctaèdre est assimilé à un dé, les carrés étant colorés en rouge et les triangles en bleu. On admet que la probabilité de sortie d'une face est proportionnelle à son aire.
Quelle est la probabilité que le dé jeté donne rouge sur sa face supérieure ?

Partie 4

Q1 : Montrer que le cuboctaèdre peut être obtenu en tronquant un cube à chacun de ses sommets. Tronquer signifie enlever une partie du cube contenant un sommet obtenue en coupant le cube par un plan.

Q2 : En déduire le volume du cuboctaèdre en fonction de la longueur x en cm d'une arête.

On rappelle que le volume d'un tétraèdre est $\dfrac{1}{3} \times B \times h$ où B désigne l'aire de l'une des faces et h la hauteur correspondante.

Exercice 3. Les entiers 3F

On dit qu'un nombre entier est *3-friable* (en abrégé 3F) si aucun de ses diviseurs premiers n'est strictement supérieur à 3 c'est-à-dire qu'il peut s'écrire sous la forme $2^a \times 3^b$ où a et b sont deux entiers naturels.
Par exemple, 18 est un nombre 3F puisque $18 = 2 \times 3^2$. En revanche 10 n'est pas 3F car 5 est un diviseur premier de 10.
La liste croissante (L) des nombres 3F commence par $1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 16, 18 \ldots$

Partie 1 : exemples d'entiers 3F.

Q1 : Donner les trois entiers de la liste (L) qui suivent 18.

Q2 : Le nombre 2024 est-il un entier 3F ?

Q3 : Le produit de deux entiers 3F est-il un entier 3F ?

Q4 : Qu'en est-il de la somme ? Justifier.

Partie 2 : le cas 2024

On désigne par N le plus grand entier 3F qui est inférieur 2024.

Q1 : Soient a et b deux entiers naturels tels que $2^a \times 3^b < 2024$. Démontrer que $a \leqslant 10$ et $b \leqslant 6$

Q2 : Écrire un programme en Python qui détermine et affiche la valeur de N.

Partie 3 : recherche des entiers consécutifs dans la liste

On rappelle que le quotient q et le reste r de la division euclidienne d'un entier naturel A par un entier naturel non nul B sont les deux entiers naturels tels que :

$$\mathrm{A} = \mathrm{B}q + r \text{ et } 0 \leqslant r < \mathrm{B}$$

Q1 : Soit n un entier. On désigne par q le quotient et r le reste de la division euclidienne de n par 80.
On a donc $$n = 80q + r \text{ avec } 0 \leqslant r < 80.$$

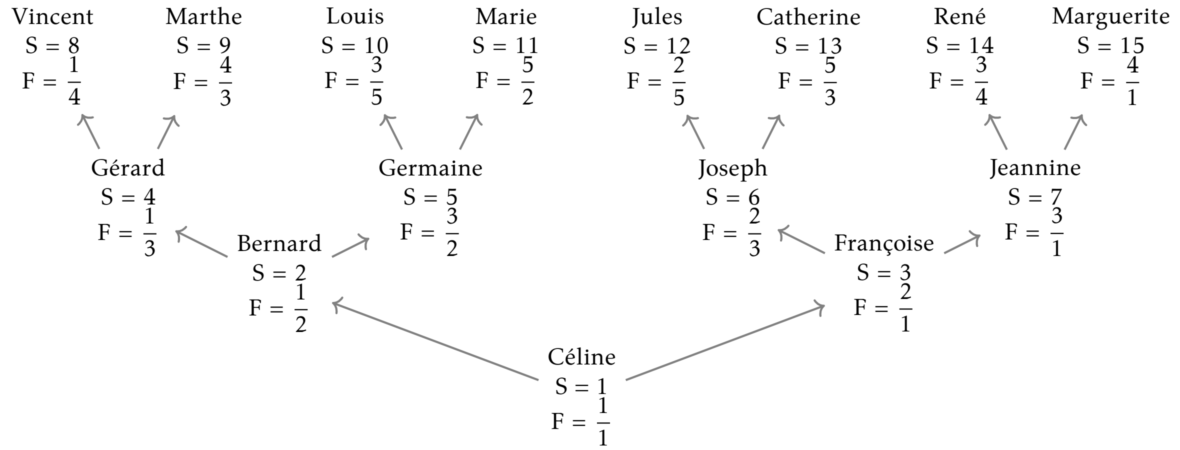
- (**a**) Démontrer que r est le reste de la division euclidienne de $3^4 n$ par 80.
- (**b**) En déduire les valeurs possibles du reste de la division euclidienne d'une puissance de 3 par 80.

Q2 : Soit a un entier supérieur ou égal à 4.

- (**a**) Démontrer que le reste de la division euclidienne 2^a par 80 est un multiple de 16.
- (**b**) En déduire les valeurs possibles de ce reste.
- (**c**) Démontrer que $2^a - 1$ et $2^a + 1$ ne sont pas des entiers 3F.

Q3 : Déterminer tous les couples d'entiers consécutifs qui sont des entiers 3F.

Corrigé de l'exercice 1 : Arbre généalogique d'ascendance

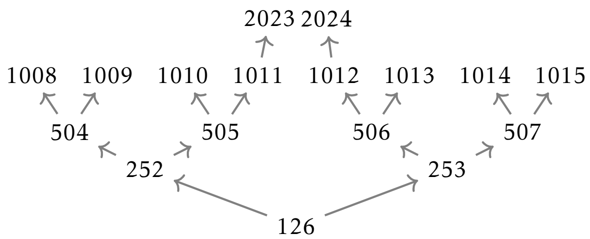


Q1 : **(a)** Voir arbre

(b) La personne est de sexe masculin car tous les pères ont comme numéro de Sosa $2a$.

(c) La fille de Sosa 2023 a un Sosa de 1011, qui elle même a une fille de Sosa 505, qui elle même a un fils de Sosa 252.

Le fils de 2024 a un Sosa de 1012, qui lui même a un fils de Sosa 506, qui lui même a une fille de Sosa 253.
Donc le descendant commun a un Sosa de 126.



Q2 : **(a)** Le trajet pmpmpmm se terminant par m, la personne est de sexe féminin. $2(2(2(2(2(2(2)+1))+1))+1)+1 = 171$. On remarque que l'écriture binaire de 171 est 10101011 qui correspond à mpmpmpmm où p correspond à 0 et m à 1, le premier m correspondant à la racine (Cécile) de l'arbre.

(b) On peut donc effectuer les divisions eucliennes successives par 2 de 2024 et les restes nous donneront p si 0 et m si 1. L'écriture binaire de 2024 est donc, après calculs 11111101000 qui correspond à mmmmmmpmppp soit mmmmmpmppp en enlevant le premier m.

Q3 : **(a)** Voir arbre

(b) $\dfrac{41}{15} > 1$ ce qui correspond à un individu de sexe féminin, dont un descendant a pour fraction $\dfrac{41-15}{15} = \dfrac{26}{15} > 1$,dont un descendant a pour fraction $\dfrac{26-15}{15} = \dfrac{11}{15} < 1$,dont un descendant a pour fraction $\dfrac{11}{15-11} = \dfrac{11}{4} > 1$,dont un descendant a pour fraction $\dfrac{11-4}{4} = \dfrac{7}{4} > 1$,dont un descendant a pour fraction $\dfrac{7-4}{4} = \dfrac{3}{4} < 1$ qui est René ! Donc le Sosa de cet individu est le nombre en décimal correspondant au binaire 111011011, c'est-à-dire $2^8 + 2^7 + 2^6 + 2^4 + 2^3 + 2 + 1 = 475$ (on remplace par 1 les fractions supérieures à 1 rencontrées depuis la racine et par 0 sinon).

(c) En recherchant les descendants de l'individu de fraction $\dfrac{u}{v}$, on calcule $\dfrac{u}{v-u}$ si $\dfrac{u}{v} < 1$ ou $\dfrac{u-v}{v}$ sinon de telle sorte que l'on obtient deux suites de nombres entiers positifs (le numérateur et le dénominateur), strictement décroissantes, donc on tombera immanquablement sur la fraction $\dfrac{1}{1}$.

(d) On peut se servir du trajet mmmmmpmppp dont mmmmm aboutit à $\dfrac{6}{1}$ puis $\dfrac{6}{7}, \dfrac{13}{7}, \dfrac{13}{20}, \dfrac{13}{33}$ et enfin $\dfrac{13}{46}$.

(e) L'individu portant le numéro de Sosa 2^n est atteint par le trajet $\underbrace{\text{pp}\ldots\text{p}}_{n \text{ lettres p}}$ et la fraction est $\dfrac{1}{n+1}$.

Q4 : On suppose que n est pair, donc $n+1$ impair et donc u_{n+1} est la fraction de la femme de l'individu de Sosa n.
Supposons que $u_n = \dfrac{p}{p+q}$ alors $u_{n+1} = \dfrac{p+q}{q} = \dfrac{1}{\dfrac{q}{p+q}} = \dfrac{1}{\dfrac{p+q-p}{p+q}} = \dfrac{1}{1-\dfrac{p}{p+q}} = \dfrac{1}{1-u_n}$

Q5 : On suppose que n est impair et que la personne dont le numéro de Sosa est n n'est pas en bout de ligne.

(a) Comme, dans l'arbre, la personne dont le numéro de Sosa est n est à gauche de celle dont le numéro st $n+1$, depuis leur premier descendant commun commence à gauche par un $\mathtt{p}$. Mais si un seul autre $\mathtt{p}$ figure dans le trajet, alors celui-ci l'éloignerait la personne dont le numéro de Sosa est $n+1$, sans possibilité de revenir. Donc le trajet est de la forme $\mathtt{pmm...m}$, et comme la distance est de $y+1$, il y a y $\mathtt{m}$.

(b) D'après le tajet précédent, au niveau $k+1$ la fraction est $\dfrac{r}{r+s}$, au niveau $k+2$ la fraction est $\dfrac{2r+s}{r+s}$, au niveau $k+3$ la fraction est $\dfrac{3r+2s}{r+s}$ et par suite au niveau $k+y+1$,

$$u_n = \frac{(y+1)r+ys}{r+s} = \frac{(y(r+s)+r}{r+s} = y + \frac{r}{r+s}$$

(c) $\dfrac{r}{r+s} \in]0;1[$ en autre car la personne dont le numéro de Sosa est n n'est pas en bout de ligne.
Donc $\lfloor u_n \rfloor = y$.

(d) Par symétrie du trajet, le trajet de la personne de Sosa k à la personne de Sosa $n+1$ est $\mathtt{m}$ suivit de y $\mathtt{p}$.
Donc au niveau $k+1$ la fraction est $\dfrac{r+s}{s}$, au niveau $k+2$ la fraction est $\dfrac{r+s}{r+2s}$
, au niveau $k+3$ la fraction est $\dfrac{r+s}{2r+3s}$ et par suite au niveau $k+y+1$,

$$u_{n+1} = \frac{r+s}{yr+(y+1)s} = \frac{r+s}{y(r+s)+s} = \frac{1}{y+\dfrac{s}{r+s}}$$

Q6 : ▷ Pour n est impair et tel que la personne dont le numéro de Sosa est n, n'est pas en bout de ligne, on poursuit le calcul précédent : $u_{n+1} = \dfrac{1}{y+\dfrac{s}{r+s}} = \dfrac{1}{y+\dfrac{r+s-r}{r+s}} = \dfrac{1}{y+1-\dfrac{r}{r+s}} = \dfrac{1}{y+1-(u_n-y)} = \dfrac{1}{2\lfloor u_n\rfloor+1-u_n}$

▷ Pour n pair, $u_n < 1$ donc $\lfloor u_n \rfloor = 0$ donc la même formule est valable.

▷ Pour n est impair et tel que la personne dont le numéro de Sosa est n est en bout de ligne, son Sosa est de la forme $2^k - 1$ où k est le nombre de générations plus 1 au dessus de la racine et la fraction associée est $u_n = k$;
On a alors $u_{n+1} = \dfrac{1}{k+1} = \dfrac{1}{2k+1-k} = \dfrac{1}{2\lfloor u_n\rfloor+1-u_n}$ car $k \in \mathbb{N}$ donc $\lfloor u_n \rfloor = k$.

$$\text{Pour tout entier } n,\ u_{n+1} = \frac{1}{2\lfloor u_n\rfloor+1-u_n}$$

Corrigé de l'exercice 2 : Polyèdres

Partie 1

	Solide 1	Solide 2	Solide 3	Solide 4
f	6	4	5	9
s	8	4	5	9
a	12	6	8	16

Partie 2

Q1 : **(a)** Les solides 1 et 2 appartiennent à D_3.

(b) De chaque sommet sont issues 3 arêtes et une arête rejoint 2 sommets donc $s = \dfrac{2a}{3}$ d'où $2a = 3s$.

(c) En remplaçant dans $f+s = a+2$ on a $2s = 2a+4-2f = 3s+4-2f \iff s = 2f-4$ ou $3a = 3f+3s-6 = 3f+2a-6 \iff a = 3f-6$.

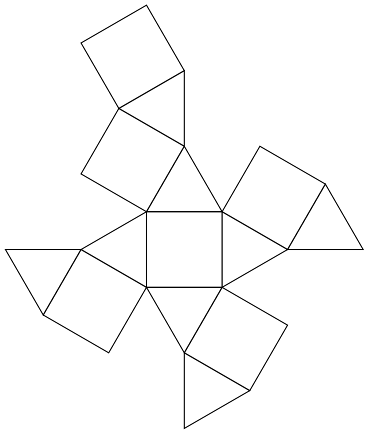
Q2 : **(a)** Dans un polyèdre, le nombre d'arêtes partant d'un sommet est supérieur à 3. L'angle intérieur du sommet d'un pentagone régulier mesure $180^\circ - \dfrac{360^\circ}{5} = 108^\circ$ donc il ne peut pas y avoir plus de 3 arêtes partant d'un sommet. Donc ce polyèdre appartient à D_3.

(b) Une face a 5 sommets mais chaque sommet est en contact avec 3 faces donc au total on aura $3s = 5f$

(c) $s = 2f-4 \iff 3s = 6f-12 \iff 5f = 6f-12 \iff f = 12$. Puis $s = 2\times 12 - 4 = 20$ et $a = 3\times 12 - 6 = 30$ Donc $(f, s, a) = (12, 20, 30)$.

Q3 : L'angle intérieur du sommet d'un hexagone régulier mesure $2 \times \dfrac{360^\circ}{6} = 120^\circ$, donc 3 arêtes partent d'un sommet, mais alors le solide est plat (ou $3s = 6f$ impossible car $3s = 6f - 12$).

Partie 3



Q1 : De chaque sommet prtent 4 arêtes, donc $2a = 4s \iff a = 2s$.

Q2 : $a = 6 \times 4 = 24$ donc $f = a + 2 - s = 24 + 2 - 12 = 14$ donc le nombre de triangles est $14 - 6 = 8$.

Q3 : L'aire vaut $6x^2 + 8\frac{1}{2}\frac{\sqrt{3}}{2}x^2 = (6 + 2\sqrt{2})x^2$

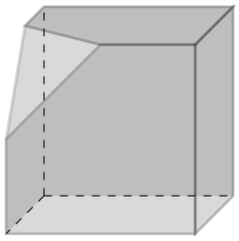
Q4 : Ci-contre.

Q5 : $\text{P(R)} = \dfrac{6x^2}{6x^2 + 8\sqrt{3}x^2/4} = \dfrac{3}{3 + \sqrt{3}} \approx 0,634$

Partie 4

Q1 : À chaque sommet on enlève un tétraèdre trirectangle dont un sommet est le sommet du cube considéré et les trois autres sont les milieux des trois arêtes issues de ce sommet.

Le triangle de section est équilatéral (les côtés mesurent la moitié d'un des côtés du cube initial).
D'autre part les 4 milieux des arêtes d'une même face, du cube initial, sont les sommets d'un carré.
Donc si l'on tronque de la même manière aux 8 sommets, on obtient bien le cuboctaèdre avec ses 8 triangles équilatéraux (un par sommet) et ses 6 carrés (un par face).



Q2 : Le cube avant troncature a des cotés mesurant $x\sqrt{2}$ donc sont volume est $2\sqrt{2}x^3$.

On lui enlève 8 tétraèdres trirectangles dont le volume de l'un est $\frac{1}{3}\frac{\sqrt{2}}{2}x\frac{x^2}{4} = \frac{x^3\sqrt{2}}{24}$.

Donc le volume du cuboctaèdre est $2\sqrt{2}x^3 - \frac{1}{3}\sqrt{2}x^3 = \frac{5}{3}x^3\sqrt{2}$

Corrigé de l'exercice 3 : Les entiers 3F

Partie 1 : exemples d'entiers 3F.

Q1 : 24, 27 et 32.

Q2 : Le nombre $2024 = 2^3 \times 11 \times 23$ n'est pas un entier 3F.

Q3 : Le produit de deux entiers 3F est un entier 3F car $2^a \times 3^b \times 2^c \times 3^d = 2^{a+c}3^{b+d}$

Q4 : Cela ne fonctionne pas pour la somme car par exemple $2 = 3 = 5$.

Partie 2 : le cas 2024

On désigne par N le plus grand entier 3F qui est inférieur 2024.

Q1 : Soient a et b deux entiers naturels tels que $2^a \times 3^b < 2024$. $2^{11} = 2048 > 2024$ et $3^7 = 2187 > 2024$ donc $a \leqslant 10$ et $b \leqslant 6$

Q2 :
```
N=1
for i in range(11):
   for j in range(7):
      x=2**j*3**i
      if x < 2024: N=max(x,N)
print(N)
```
On trouve $1944 = 2^3 \times 3^5$.

Partie 3 : recherche des entiers consécutifs dans la liste

On rappelle que le quotient q et le reste r de la division euclidienne d'un entier naturel A par un entier naturel non nul B sont les deux entiers naturels tels que :

$$A = Bq + r \text{ et } 0 \leqslant r < B$$

Q1 : Soit n un entier. On désigne par q le quotient et r le reste de la division euclidienne de n par 80.

On a donc $$n = 80q + r \text{ avec } 0 \leqslant r < 80.$$

(**a**) $3^4n = 80 \times 3^4q + 80r + r = 80(81q + 80) + r$ avec $0 \leqslant r < 80$. Donc r est le reste de la division euclidienne de 3^4n par 80.

(**b**) Pour les puissances supérieure à 3^4, soit a un entier supérieur ou égal à 4. $3^a = 3^{4q'+r'} = (3^4)^{q'} \times 3^{r'}$ avec $0 \leqslant r' < 4$ et $q' > 0$. Comme on l'a vu dans la question précédente, le reste de la division euclidienne de 3^a sera donc celui de $3^{r'}$ donc $3^0 = 1$, $3^1 = 3$, $3^2 = 9$ ou $3^3 = 27$. Et si $a < 4$ ce sera les mêmes.

Q2 : Soit a un entier supérieur ou égal à 4.

(**a**) Il existe q et r entiers tels que $2^a = 80q + r$ ce qui donne $2^4 2^{a-4} = 2^4 \times 5q + r$ donc $r = 16(2^{a-4} - 5q) \in \mathbb{Z}$ car $a \geqslant 4$, donc le reste de la division euclidienne 2^a par 80 est un multiple de 16 et $0 \leqslant r < 80$.

(**b**) Les valeurs possibles de ce reste sont donc 0, 16, 32, 48 et 64.

(**c**) Supposons par l'absurde que $2^a - 1$ et $2^a + 1$ sont des entiers 3F. Comme ils sont impairs, il existe b et c tels que $2^a - 1 = 3^b \iff 2^a = 3^b + 1$ et $2^a + 1 = 3^c \iff 2^a = 3^c - 1$. Mais en effectuant la division euclidienne par 80, les restes de $= 3^b + 1$ sont 2, 4, 10 ou 28, et ceux de $3^c - 1$ sont 0, 2, 8, et 26, et dont aucun sont multiples de 16.

Donc $2^a - 1$ et $2^a + 1$ ne sont pas des entiers 3F.

Q3 : Si deux entiers consécutifs supérieurs ou égaux à 2 sont des 3F alors l'un d'eux est impair et c'est donc une puissance 3. On le note n. L'autre, $n + 1$ ou $n - 1$ ne peut pas être un multiple de 3 et comme il est 3F, c'est une puissance de 2 notée 2^a. On a alors $n = 2^a - 1$ ou $n = 2^a + 1$.

D'après 2, on a nécessairement $a \leqslant 3$ donc $n \leqslant 2^a + 1 \leqslant 9$.

Les seuls couples d'entiers consécutifs qui sont des entiers 3F doivent donc être recherchés parmi les nombres inférieurs à 10 et on a $(1, 2)$, $(2, 3)$, $(3, 4)$ $(8, 9)$.