

☞ **Baccalauréat Métropole juin 1953** ☞
série C & M

I.

Un trièdre $Sxyz$ a ses deux faces zSx et zSy égales à un droit. La troisième face xSy est un angle aigu α .

On considère sur les arêtes Sx, Sy , des points A, B tels que la droite AB soit perpendiculaire à SA , et sur Sz un point C .

On pose $SA = a, SB = b, SC = c$.

1. Montrer qu'il existe une sphère circonscrite au tétraèdre $SABC$, dont le centre O est dans le plan zSy .

Réciproquement, étant donné arbitrairement un point O dans l'angle zSy , existe-t-il des points A, B, C situés respectivement sur les arêtes Sx, Sy, Sz tels que O soit le centre d'une sphère circonscrite au tétraèdre $SABC$?

2. Montrer qu'il existe des points A, B, C tels que le dièdre d'arête AB du tétraèdre $SABC$ ait pour mesure $\alpha > 0$.

Quel est dans ce cas la valeur du rapport $\frac{c}{b}$?

3. Montrer que dans le cas précédent, le tétraèdre $SABC$ est tel que l'on ait en outre

$$AB = BC \quad \text{et} \quad AC = SB.$$

Montrer qu'il est impossible de choisir les points A, B, C de façon qu'on ait en outre $BC = SA$.

Se plaçant toujours dans le cas des questions 2 et 3, calculer en fonction de b, c et α l'angle dièdre φ d'arête BC du tétraèdre $SABC$ (on considérera l'aire de la projection du triangle ABC sur le plan zSy).

Montrer en déterminant l'une de ses fonctions trigonométriques qu'il existe un angle aigu α tel que l'on ait $\varphi = \alpha$.