

☞ **Baccalauréat Métropole juin 1954** ☞
Mathématiques et Mathématiques et Technique

I.

1^{er} sujet

Rotation d'un point, d'une droite, autour d'un axe de bout.

Application : Rendre horizontale, par rotation autour d'un axe de bout donné, Δ , une droite de profil définie par ses traces.

I.

2^e sujet

Rabattement d'une figure plane sur un plan horizontal.

Application : Deux plans étant définis par leurs traces, construire un rectiligne de l'un de leurs dièdres et le rabattre en vraie grandeur sur le plan horizontal.

I.

3^e sujet

Représentation d'un cercle donné dans un plan vertical.

II.

1. Soit une ellipse ayant le point F pour foyer et le cercle C pour cercle directeur relatif au foyer F'.

Montrer que la condition « le petit axe a pour longueur $2b$ » équivaut à celle-ci « la puissance de F par rapport à C a la valeur $-4b^2$ ».

2. On considère, dans la suite, les ellipses E qui admettent le point F donné pour foyer, la longueur $2b$ donnée pour longueur de leur petit axe et qui passent par un point donné P. Le second foyer, F', et le cercle directeur, C, sont alors variables.

Montrer que le cercle C reste tangent à un cercle fixe, Γ , et, par inversion, qu'il reste aussi tangent à une droite fixe, Δ , qu'on précisera.

Tout cercle tangent à la fois à Γ et Δ est-il cercle directeur d'une ellipse E?

Quel est le lieu du second foyer F des ellipses E?

3. Parmi les ellipses E, quelle est l'ellipse E_m , dont la longueur $2a$ du grand axe est minimum?

Évaluer l'excentricité e de E_m en fonction de b et de la longueur $PF = x > 0$.

Peut-il y avoir un cercle parmi les ellipses E?

4. Étudier la variation de la fonction $y = e(x)$ quand x croît de 0 à $+\infty$, b restant constant. Tracer la courbe représentative de cette variation.

Montrer que, si λ est un nombre compris entre 0 et 1, la fonction y prend la valeur λ pour deux valeurs positives, x_1 et x_2 , de la variable x ; quelle relation indépendante de λ existe-t-il entre x_1 et x_2 ?