

∞ **Baccalauréat Métropole février 1963** ∞  
**mathématiques élémentaires**

**EXERCICE 1**

On donne deux cercles,  $(C_1)$  et  $(C_2)$ , de centres respectifs  $O_1$  et  $O_2$  et de rayons respectifs  $R_1$  et  $R_2$  ( $R_1 \neq R_2$ ). Ces deux cercles se coupent en A et B.

Un point variable  $M_1$  décrit  $(C_1)$  et un point  $M_2$  décrit  $(C_2)$  de façon que  $(\overrightarrow{O_1M_1}, \overrightarrow{O_2M_2}) = \theta$ ,  $\theta$  étant un angle défini à  $2k\pi$  près.

1. Par quelle transformation passe-t-on de  $M_1$  à  $M_2$  ?
2. Quel est, lorsque  $\theta$  varie, le lieu géométrique du point double, O, de cette transformation ?
3.  $\theta$  restant constant, quelle est l'enveloppe de la droite  $M_1M_2$  ?  
On précisera la nature de cette enveloppe suivant la position de O sur son lieu.

**EXERCICE 2**

1. On donne la fonction

$$y = \frac{x^2 + ax + b}{x^2 + cx + d}.$$

Déterminer  $a, b, c, d$  pour que la courbe représentative,  $(C)$ , de cette fonction coupe l'axe  $Oy$  au point d'ordonnée  $-3$ , admette une seule asymptote parallèle à  $Oy$ , d'équation  $x = 1$ , et ne coupe pas la droite  $y = 1$ .

2. Étudier les variations de la fonction  $y$  ainsi déterminée et construire la courbe représentative,  $(C)$ , de cette fonction.

On construira avec précision les points où  $(C)$  coupe les axes de coordonnées.

Montrer que  $(C)$  admet un axe de symétrie.

3. On considère la droite  $(D)$ , d'équation  $y = m(x - 3)$ , où  $m$  est un paramètre non nul. Montrer que  $(D)$  passe par un point fixe, A.

$(D)$  coupe  $(C)$  en deux points, M et P, autres que A. On appelle B le conjugué harmonique de A par rapport à M et P.

Calculer, en fonction de  $m$ , les coordonnées de B et trouver l'équation du lieu,  $(L)$ , de B lorsque M varie.

On étudiera la fonction ainsi obtenue et l'on tracera  $(L)$  sur le graphique précédent.

4. Quelle est la dérivée de la fonction  $\frac{1}{x-1}$  ?

En déduire l'expression des primitives de la fonction  $y$  déterminée au 1.

(On cherchera à transformer l'expression de  $y$  en comparant son numérateur et son dénominateur.)

Évaluer l'aire comprise entre la courbe  $(C)$  et la droite d'équation  $y = 3(x - 3)$ .