Baccalauréat mathématiques Montpellier juin 1937

I. - 1er sujet
Dérivée d'un produit, $y = u \cdot v$, de deux facteurs.

I. - 2e sujet
Dérivée d'un quotient.

I. - 3e sujet
Dérivée de $y = \text{tg}\, x$ (en supposant connues les dérivées de $\sin x$ et de $\cos x$).

II.

1. Calculer les côtés a, b , c d'un triangle ABC sachant qu'ils satisfont à la condition

$$2bc = a(b+c) \qquad (1)$$

et connaissant le périmètre $2p = 37$ et la somme des carrés,

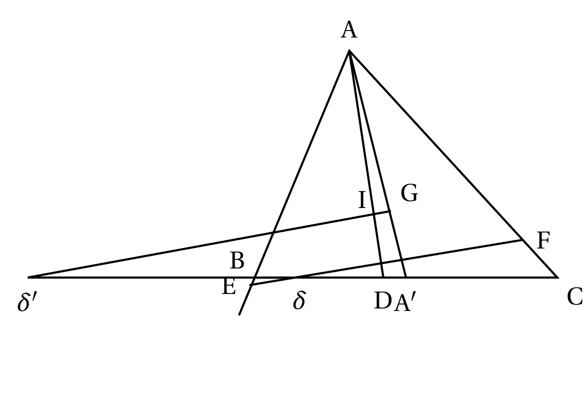
$$a^2+b^2+c^2 = 469.$$

2. Dans un triangle quelconque ABC, une droite, pivotant autour du pied D de la bissectrice intérieure AD de l'angle A, rencontre en P et Q les côtés AB et AC (ou leurs prolongements au delà de BC).
Établir la relation

$$\frac{1}{\text{AP}}+\frac{1}{\text{AQ}} = \frac{1}{b}+\frac{1}{c}.$$

Montrer qu'il existe des triangles tels que la perpendiculaire en D à la bissectrice AD détermine sur les côtés de l'angle A des segments égaux à a.

3. Sur les côtés AB, AC, à partir du sommet A et dans le sens de A vers B ou C, sont pris des segments AE = AF = a. La droite EF rencontre BC en un point δ.
En se plaçant dans le cas $b > a > c$, exprimer en fonction des côtés le rapport $\dfrac{\delta\text{B}}{\delta\text{C}}$ ainsi que la distance $\delta\text{A}'$ en fonction des côtés le rapport ainsi que la distance $\delta\text{A}'$ de δ au milieu A′ du côté moyen.



3. Soit δ' le point d'intersection du côté moyen BC avec la droite IG de jonction du centre I du cercle inscrit et du point de concours G des médianes du triangle.

Exprimer (toujours dans l'hypothèse $b > a > c$) les rapports $\dfrac{\delta'\mathrm{A}'}{\delta' D}$, $\dfrac{\delta'\mathrm{B}}{\delta' C}$ et la distance $\delta'\mathrm{A}'$ en fonction des côtés.

Vérifier la relation $\delta\mathrm{A}' \times \delta'\mathrm{A}' = \dfrac{a^2}{4}$; préciser la relation géométrique qui existe entre les points δ et δ' sur le côté BC.

4. Montrer qu'il existe une infinité de triangles spéciaux pour lesquels les droites Aδ et Aδ' sont identiques aux bissectrices respectivement intérieure et extérieure de l'angle A. Leurs côtés satisfont à la relation (1) du **1.**

Vérifier la relation

$$\mathrm{cotg}^2\frac{\mathrm{B}}{2} + \mathrm{cotg}^2\frac{\mathrm{C}}{2} = 2\mathrm{cotg}^2\frac{\mathrm{A}}{2},$$

et en déduire :

une relation entre $\sin^2\dfrac{\mathrm{A}}{2}$, $\sin^2\dfrac{\mathrm{B}}{2}$, $\sin^2\dfrac{\mathrm{C}}{2}$;

une relation entre AI, BI, CI ;

une relation entre les rayons des cercles exinscrits ;

une relation entre AI, A$'$I et a.

N. B. La question de cours sera cotée de 0 à 10 et le problème de 0 à 20.