

∞ Baccalauréat Montpellier juin 1944 ∞

SÉRIE MATHÉMATIQUES

I

1^{er} sujet

Représentation d'une droite par une équation du premier degré. Coefficient angulaire.

2^e sujet

Somme des termes d'une progression géométrique.

3^e sujet

Résoudre et discuter l'équation

$$\sqrt{577-x} - \sqrt{180+x} = 6.$$

II

Sur l'axe Ox , soient deux points fixes P et Q d'abscisses respectives $\overrightarrow{OP} = 1$, $\overrightarrow{OQ} = 4$ (situés du même côté par rapport à O).

Un point mobile M décrit la circonférence de centre O , de rayon $R=2$. La position de ce point M est repérée par l'angle $(\overrightarrow{Ox}, \overrightarrow{OM}) = \theta$.

1. Exprimer, en fonction des nombres (ou lignes) trigonométriques de l'angle θ , les mesures des côtés, la surface, le rayon du cercle circonscrit et les nombres (ou lignes) trigonométriques des angles du triangle PMQ .

Relation entre $\operatorname{tg} \frac{M}{2}$ et $\operatorname{tg} \frac{\theta}{2}$.

2. Le point M est supposé soumis à deux forces :

- l'une, *attractive*, émanant du point P et représentée par le vecteur $\underline{F}_1 = \overrightarrow{MP}$;
- l'autre, *répulsive*, émanant du point Q et représentée par $F_2 = k \overrightarrow{QM}$, où k est un nombre constant.

Montrer que la résultante F de ces forces passe par un point fixe X situé sur l'axe Ox , quand M décrit le cercle.

Il est possible de déterminer k par la condition que le point M , uniquement soumis aux deux forces spécifiées, soit en équilibre dans toutes ses positions sur la circonférence.

Évaluer alors l'intensité de la résultante.

Dans une seconde hypothèse, on considère le cas où la force attractive F_1 et la force répulsive F_2 ont même intensité; on suppose l'existence d'un frottement sur le cercle, de coefficient f tel que $\overrightarrow{f}_3 = 1$.

Déterminer, dans ce cas, les positions d'équilibre du point M .

3. On appelle *nombres rationnels* l'ensemble des entiers et des fractions à termes tous deux entiers.

En application des formules de la Trigonométrie (dont il sera inutile de rappeler la démonstration), établir la proposition suivante : « La condition nécessaire et suffisante pour que les nombres trigonométriques ($\sin \theta$, $\cos \theta$, $\operatorname{tg} \theta$) d'un même angle ; θ soient simultanément rationnels est que le nombre $\operatorname{tg} \frac{\theta}{2}$ soit rationnel ».

Existe-t-il un triangle *non aplati* PMQ (parmi les triangles étudiés au 1.) tel que soient simultanément rationnels tous les éléments qui ont fait l'objet des calculs proposés au 1. ?