Baccalauréat série mathématiques
Montpellier octobre 1944

On donne un cercle $\mathcal{C}$, de centre O, un, diamètre AB de ce cercle, et une droite Δ perpendiculaire, à la droite, AB en H et ne coupant pas C.
Un point variable M décrit la droite Δ et les droites MA et MB recoupent le cercle $\mathcal{C}$ en P et Q respectivement.

1. On considère le cercle Γ passant par les trois points M, P, Q.
Montrer, à l'aide d'une inversion convenable de pôle M que Γ est centré sur Δ et orthogonal à $\mathcal{C}$.
En déduire que le deuxième point de rencontre N de Γ et de Δ est le point de rencontre des droites QA et PB.

2. Que peut-on dire des points de rencontre des cercles Γ avec la droite OH ?
Montrer que le point H a même puissance par rapport à deux cercles Γ quelconques.
Calculer cette puissance en désignant par R le rayon de $\mathcal{C}$ et par d la distance OH.
La droite Δ étant supposée orientée et ω étant le centre de Γ, calculer $\overline{\text{HN}} = y$, puis $\overline{\text{H}\omega} = z$ en fonction de $\overline{\text{HM}} = x$
Tracer la courbe représentant les variations de z en fonction de x dans le cas où $d = 2R$.

3. Montrer que le point de rencontre K de PQ avec AB reste fixe.
Calculer la distance OK et la puissance de K, par rapport au cercle Γ.

4. Le point M est supposé non pesant et mobile sans frottement sur la droite Δ ; il est soumis à deux forces représentées par les vecteurs $\overrightarrow{\text{MA}}$ et $\overrightarrow{\text{MB}}$.
Déterminer sa position d'équilibre, ainsi que la réaction dans cette position,