Baccalauréat Montpellier septembre 1951
Série mathématiques

I

1er sujet
Inégalité des jours et des nuits aux diverses latitudes. Crépuscule.

2e sujet
Phases de la Lune ; révolution synodique.

3e sujet
Éclipses de Lune. Le saros.

II

Partie α

On considère un cercle (C) de rayon a et deux points intérieurs F et F$'$ symétriques par rapport au centre O et tels que OF = OF$'$ = c ($c < a$).
On fait passer par F et F$'$ deux droites parallèles FGH et FG$'$H$'$ qui coupent le cercle respectivement en G, H et G$'$, H$'$.
On mène les tangentes au cercle en ces quatre points ; elles forment le quadrilatère UVU$'$V$'$.

1. Montrer que deux des sommets (qui seront appelés V et V$'$) décrivent des droites quand la direction de FG varie.
2. On désigne par u et v les longueurs de OU et OV.
   Trouver la relation qui lie ces longueurs.
   Déterminer la plus petite valeur que peut prendre v, la plus grande valeur que peut prendre u et la plus petite valeur que peut prendre l'aire du quadrilatère.

Partie β

1. On considère une ellipse dont les foyers s'appellent F_1 et F_2 dont le centre s'appelle O et une de ses tangentes G_1G_2, les foyers F_1 et F_2 se projetant respectivement sur la tangente en G_1 et G_2.
   La tangente touche l'ellipse en M. Montrer que F_1M est parallèle à OG_2.
2. On prend un point P sur le cercle qui a pour diamètre le grand axe AA$'$ de l'ellipse (cercle dit « principal »).
   On mène les deux tangentes à l'ellipse issues de P ; elles touchent l'ellipse en K et K$'$. Montrer que (si les notations K et K$'$ sont convenablement choisies) F_1K et F_2K' sont parallèles.
3. La réciproque de cette dernière proposition est-elle exacte ?

Partie γ

Revenant au problème (α), montrer que le lieu des points U et U$'$ est une ellipse.