

❧ **Baccalauréat Montréal et New York septembre 1964** ❧
mathématiques élémentaires

EXERCICE 1

De combien de façons 2 personnes peuvent-elles occuper 6 sièges?

EXERCICE 2

Trouver les nombres complexes

$$z = \rho (\cos \theta + i \sin \theta)$$

tels que

$$z^2 = 4 \left(\cos \frac{\pi}{3} + i \sin \frac{\pi}{3} \right).$$

EXERCICE 3

On donne un repère orthonormé $x'Ox, y'Oy$ et les points I et J appartenant à $x'Ox$ et d'abscisses $-a$ et $+a$ ($a > 0$).

1. On appelle (C) tout cercle ayant comme extrémités d'un diamètre deux points, P et Q, conjugués harmoniques par rapport à I et J.

Montrer que (C) est l'ensemble des points M tels que $\frac{MI}{MJ} = k$, k étant une constante, que l'on déterminera.

2. x et y étant les coordonnées de M, calculer MI, MJ, $\frac{MI}{MJ}$, $\frac{MI^2}{MJ^2}$ et en déduire que l'équation d'un cercle (C) est

$$x^2 + y^2 - 2a \frac{k^2 + 1}{k^2 - 1} x + a^2 = 0.$$

3. Quelle est l'abscisse du centre de (C) en fonction de k ?

Étudier ses variations en fonction de k (k positif).

Courbe représentative.

En déduire le lieu du centre de (C).

4. Calculer les abscisses de P et Q; en déduire \overline{PQ} et PQ.

On trouvera $z = PQ = \frac{4ak}{|k^2 - 1|}$.

5. Étudier les variations de z en fonction de k ($k > 0$).

Courbe représentative.