Baccalauréat Montréal septembre 1949
Série mathématiques

I.– 1er sujet

Le produit de deux homothéties est une homothétie, et les trois centres d'homothétie sont alignés. Application à la figure formée par trois cercles d'un même plan.

I.– 2e sujet

Division harmonique sur une droite. Faisceau harmonique de droites.

I.– 3e sujet

Sections planes d'un cylindre et d'un cône de révolution.

II.

On donne dans un plan trois points alignés A, C, B se suivant dans cet ordre (CA > CB) et l'on appelle M le point commun à deux tangentes menées de A et B à un cercle tracé dans le plan, de centre C, de rayon arbitraire x.

1. Lieu géométrique du point M.
   Ce lieu est un cercle de centre D, de rayon R ; calculer AD et R en fonction de CA = a, CB = b ($a > b$).
2. À une valeur, convenable, donnée à x correspondent sur l'un des demi-cercles lieux de M deux positions M et M$'$ pour le point M.
   Former l'équation du second degré donnant en fonction de a, b, x les valeurs de MA et M$'$A, et calculer ces valeurs.
   En déduire les valeurs correspondantes de MB et M$'$B, ainsi que celles ρ et ρ' des rayons des cercles circonscrits aux triangles MAB et M$'$AB.
   En utilisant une inversion de centre A (ou B), donner une construction géométrique simple des tangentes à ces cercles aux points M ou M$'$, A et B.
3. Examiner le cas particulier $x^2 = \dfrac{a^2b^2}{a^2+b^2}$.
   Montrer de plus que, dans ce cas particulier, les angles A et B vérifient l'une ou l'autre des deux relations B $\pm$A $= \dfrac{\pi}{2}$ et vérifier également les relations

$$\overline{\text{MA}}^2 + \overline{\text{MB}}^2 = 4\rho^2, \quad \overline{\text{M}'\text{A}}^2 + \overline{\text{M}'\text{B}}^2 = 4\rho'^2.$$